



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Física IV

Instrutor: Prof. Daniel Jonathan

Sala: A3-17 (IF, andar 1P)

Email: jonathan@if.uff.br

Site do curso: http://cursos.if.uff.br/fisicalV_XXI_0115/

Calendário – 1p15 – 2ª/4ª

	Seg.	Ter.	Qua.	Qui	Sex	Sab.
Março	9	10	11	12	13	
	16	17	18	19	20	
	23	24	MT1 25	26	27	
	30	31	1	2	Feriado 3	
Abril	6	7	8	9	10	
	MT2 13	14	15	16	17	
	Recesso 20	21	22	23	24	P1 25
	27	28	MT3 29	30	Feriado 1	
Maio	4	5	6	7	8	
	11	12	MT4 13	14	15	
	18	19	20	21	22	
	25	26	MT5 27	28	29	P2 30
Junho	1	2	3	4	5	
	MT6 8	9	10	11	12	
	15	16	MT7 17	18	19	
	22	23	24	25	26	
Julho	29	30	MT8 1	2	3	P3 4
	6	7	8	9	10	VR 11
	13	14	15	16	17	VS 18
	20	21	22	23		

Tópicos

P1

Relatividade

O fim da física clássica

Quantização

Revisão

P2

Funções de onda e incerteza

Mecânica Quântica Unidimensional

Física atômica

Revisão

P3

Física nuclear

Energia nuclear (Halliday)

Condução elétrica nos sólidos (Halliday)

Revisão

P1: 25/Abr 14:15~16:15

P2: 30/Mai 14:15~16:15

P3: 04/Julho 14:15~16:15

VR: 11/Julho 14:15~16:15

VS: 18/Julho 14:15~16:15

Período Letivo:

09/março de 2014: início

18/julho de 2014: Fim

Calendário – 1p15 – 4^a/6^a

	Seg.	Ter.	Qua.	Qui	Sex	Sab.
Março	9	10	11	12	13	
	16	17	18	19	20	
	23	24	25	26	MT1 27	
	30	31	1	2	Feriado 3	
Abril	6	7	8	9	10	
	13	14	15	16	MT2 16	
	20	21	22	23	24	P1 25
	27	28	MT3 29	30	Feriado 1	
Maio	4	5	6	7	8	
	11	12	13	14	MT4 15	
	18	19	20	21	22	
	25	26	27	28	MT5 29	P2 30
Junho	1	2	3	4	5	
	8	9	MT6 10	11	12	
	15	16	17	18	MT7 19	
	22	23	24	25	26	
Julho	29	30	1	2	MT8 3	P3 4
	6	7	8	9	10	VR 11
	13	14	15	16	17	VS 18
	20	21	22	23		

Tópicos

P1

Relatividade

O fim da física clássica

Quantização

Revisão

P2

Funções de onda e incerteza

Mecânica Quântica Unidimensional

Física atômica

Revisão

P3

Física nuclear

Energia nuclear (Halliday)

Condução elétrica nos sólidos (Halliday)

Revisão

P1: 25/Abr 14:15~16:15

P2: 30/Mai 14:15~16:15

P3: 04/Jul 14:15~16:15

VR: 11/Jul 14:15~16:15

VS: 18/Jul 14:15~16:15

Período Letivo:

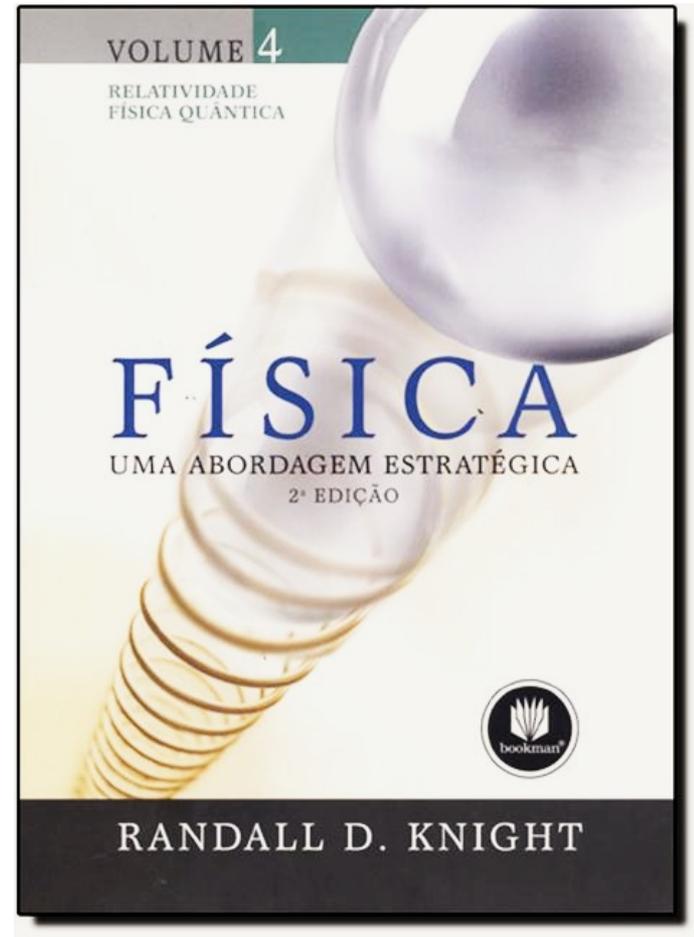
09/março de 2014: início

18/julho de 2014: Fim

Livro-texto principal

**“Física, uma abordagem estratégica”, vol. 4
Randall L. Knight**

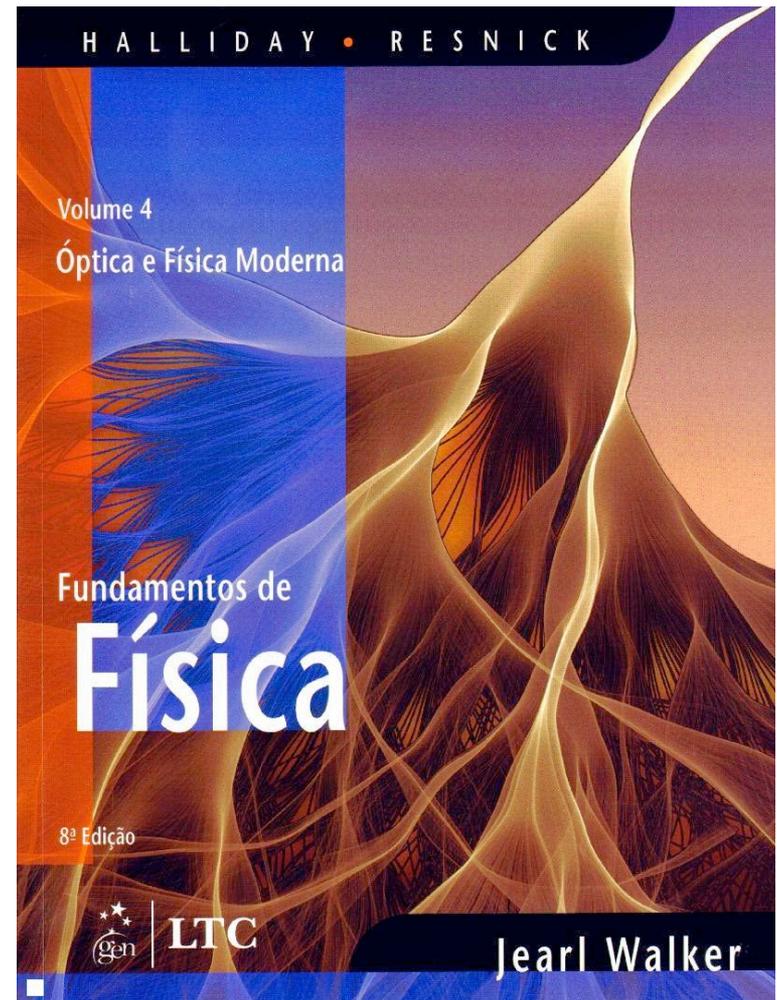
Caps. 37 – 43



Livro-texto secundário

Usaremos para parte do conteúdo da P3

“Fundamentos de Física,
vol. 4”, 8a ed.
Halliday, Resnick e Walker
caps. 41 e 43



Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de *peer instruction* (***instrução pelos colegas***). Esse método se baseia nos seguintes pontos:

Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de *peer instruction* (**instrução pelos colegas**). Esse método se baseia nos seguintes pontos:

- 1) Vocês devem ler o livro antes da aula. A leitura será avaliada por **testes de leitura online, valendo nota**, a serem completados antes da aula.

Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de **peer instruction (instrução pelos colegas)**. Esse método se baseia nos seguintes pontos:

1) Vocês devem ler o livro **antes da aula**. A leitura será avaliada por **testes de leitura online, valendo nota**, a serem completados antes de cada aula.

Como funciona:

- a) Vá no site do curso e clique no link do teste
- b) Faça login com seu email do iduff (xxx@iduff.com)
- c) Preencha o formulário e envie antes do horário da aula

Avaliação (T.A1 e C1)

Provas (3) : 20 questões de múltipla escolha

MiniTestes (~1 por capítulo) : 1 questão da lista de exs.

Testes de Leitura (~1 por aula): 4-5 questões textuais rápidas

Nota final = (Média 3 Provas) x 85%

+ (Média 8 MiniTestes*) x 7,5%

+ (Média Testes de Leitura) x 7,5%**

*** descontando 2 piores notas**

**** descontando 6 piores notas**

Avaliação (T.B1)

Provas (3) : 20 questões de múltipla escolha

MiniTestes (~1 por capítulo) : 1 questão da lista de exs.

Nota final = (Média 3 Provas) x 85%

+ (Média 8 MiniTestes*) x 15%

- **descontando 2 piores notas**

Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de *peer instruction* (**instrução pelos colegas**). Esse método se baseia nos seguintes pontos:

- 1) Vocês devem ler o livro **antes da aula**. A leitura será avaliada por **testes de leitura online, valendo nota**, a serem completados antes da aula.
- 2) Em sala, eu **não** irei explicar todo o conteúdo do livro, mas farei breves resumos de pontos da matéria, entremeados por **testes conceituais** de múltipla escolha. Estes envolvem pouca ou nenhuma matemática, e **não valem nota**.

Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de **peer instruction (instrução pelos colegas)**. Esse método se baseia nos seguintes pontos:

- 1) Vocês devem ler o livro **antes da aula**. A leitura será avaliada por **testes de leitura online, valendo nota**, a serem completados antes da aula.
- 2) Em sala, eu **não** irei explicar todo o conteúdo do livro, mas farei breves resumos de pontos da matéria, entremeados por **testes conceituais** de múltipla escolha. Estes envolvem pouca ou nenhuma matemática, e **não valem nota**.

Os testes conceituais funcionam assim:

- i) Eu apresento um problema, vocês têm um tempo para pensar, e depois uma votação é feita

Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de **peer instruction (instrução pelos colegas)**. Esse método se baseia nos seguintes pontos:

- 1) Vocês devem ler o livro **antes da aula**. A leitura será avaliada por **testes de leitura online, valendo nota**, a serem completados antes da aula.
- 2) Em sala, eu **não** irei explicar todo o conteúdo do livro, mas farei breves resumos de pontos da matéria, entremeados por **testes conceituais** de múltipla escolha. Estes envolvem pouca ou nenhuma matemática, e **não valem nota**.

Os testes conceituais funcionam assim:

- i) Eu apresento um problema, vocês têm um tempo para pensar, e depois uma votação é feita
- ii) Se a maioria responder incorretamente, eu peço que cada aluno tente convencer um colega de que a sua resposta é a correta

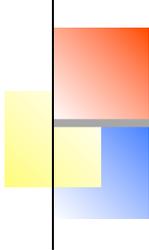
Método interativo de ensino

Neste curso adotaremos um método de ensino que talvez seja diferente do que você está acostumado/a: o método de **peer instruction (instrução pelos colegas)**. Esse método se baseia nos seguintes pontos:

- 1) Vocês devem ler o livro **antes da aula**. A leitura será avaliada por **testes de leitura online, valendo nota**, a serem completados antes da aula.
- 2) Em sala, eu **não** irei explicar todo o conteúdo do livro, mas farei breves resumos de pontos da matéria, entremeados por **testes conceituais** de múltipla escolha. Estes envolvem pouca ou nenhuma matemática, e **não valem nota**.

Os testes conceituais funcionam assim:

- i) Eu apresento um problema, vocês têm um tempo para pensar, e depois uma votação é feita
- ii) Se a maioria responder incorretamente, eu peço que cada aluno tente convencer um colega de que a sua resposta é a correta
- iii) Após alguns minutos eu faço uma segunda votação. Se agora a maior parte acertar, eu passo para o próximo tópico. Se a maior parte ainda erra eu faço uma breve explicação sobre a resposta correta, e se possível apresento outra questão conceitual sobre o mesmo tema.



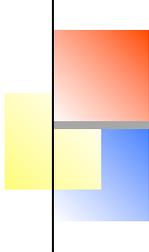
Teste conceitual

Você está sentado em um compartimento sem janelas, à prova de som e vibração, dentro de um avião. Considere os seguintes movimentos possíveis do avião:

- 1) Faz uma curva para a esquerda, mantendo velocidade constante**
- 2) Começa a subir, mantendo velocidade constante**
- 3) Voa em linha reta com velocidade constante**
- 4) Voa em linha reta com aceleração constante**

Quais desses movimentos podem ser detectados por você?

- A) somente 4 B) 2 e 4 C) 1,2 e 4 D) 1, 2, 3 e 4**



Pesquisa

O quanto você já sabe sobre a Teoria da Relatividade?

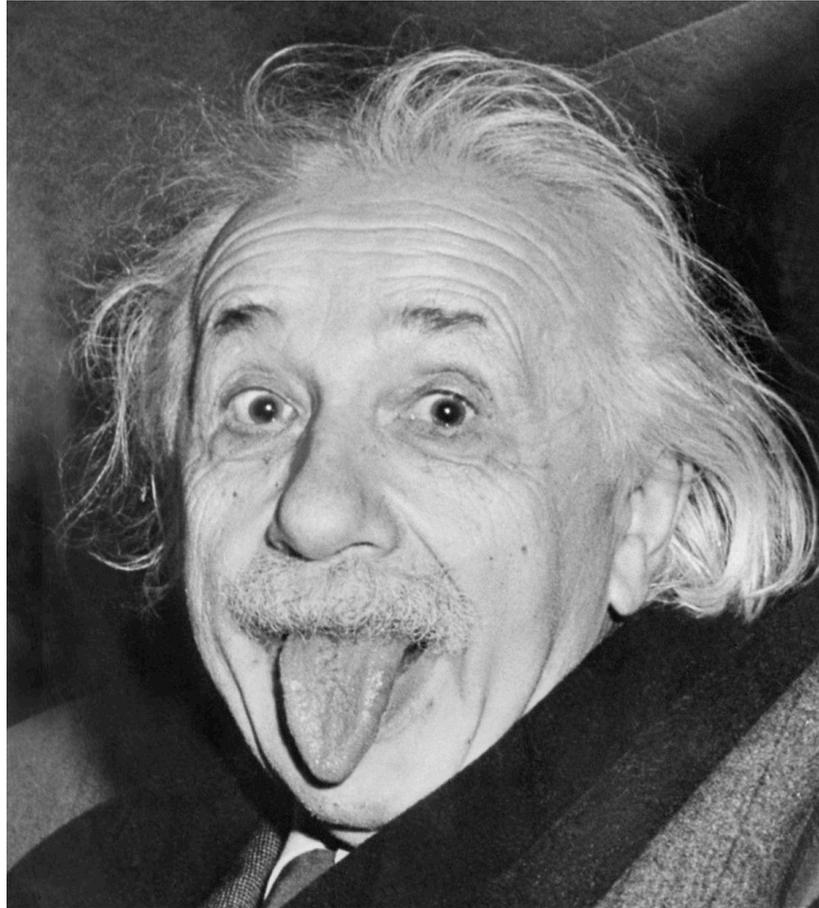
A) Tem a ver com um tal de Einstein.

B) Já li ou vi alguma coisa em revistas / livros de divulgação / TV / internet. Sei que envolve a velocidade da luz e $E=mc^2$.

C) Já estudei antes num livro de Física.

D) Eu poderia estar dando esse curso.

Relatividade



A. Einstein (1879 – 1955)

Relatividade



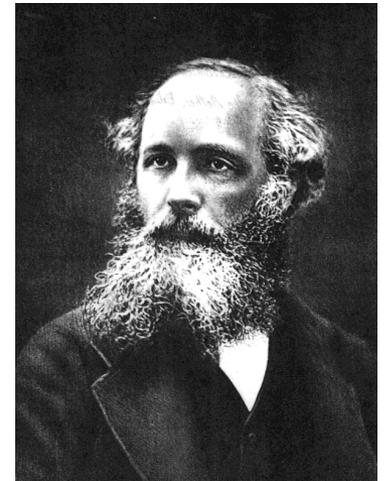
A. Einstein em 1905, aos 26 anos



G. Galilei



I. Newton

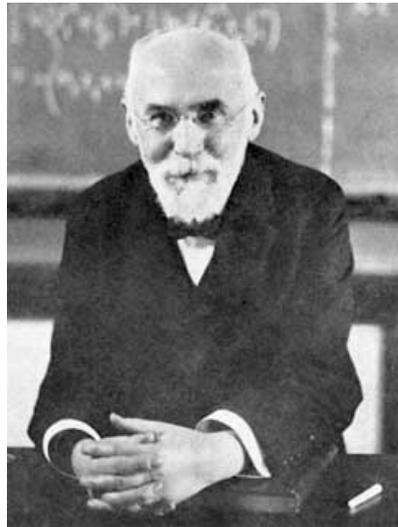


J.C. Maxwell

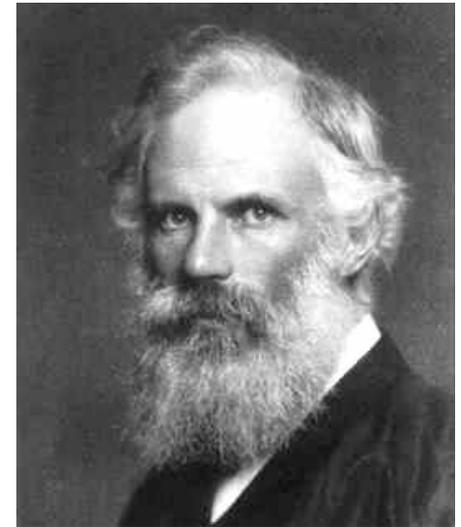
Outros personagens dessa história



Poincaré



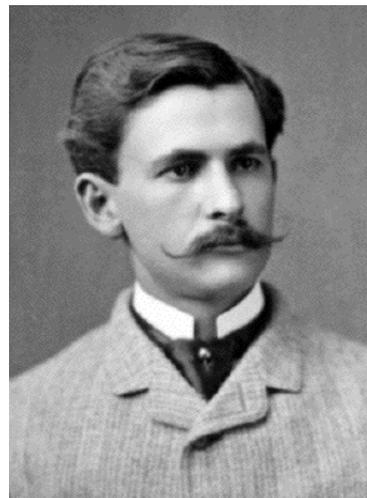
Lorentz



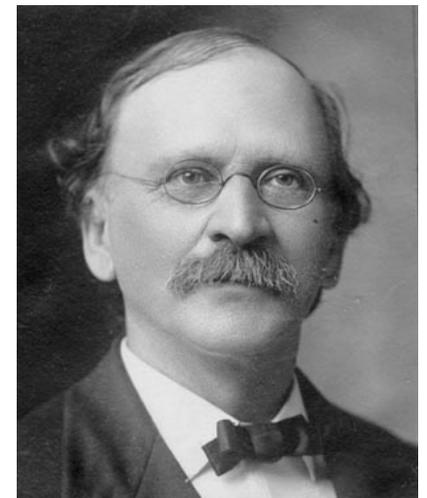
FitzGerald



Minkowski

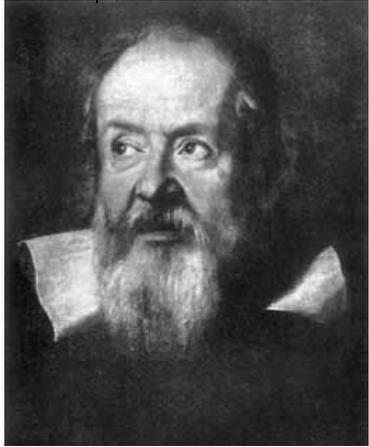


Michelson



Morley

A Relatividade de Galileu



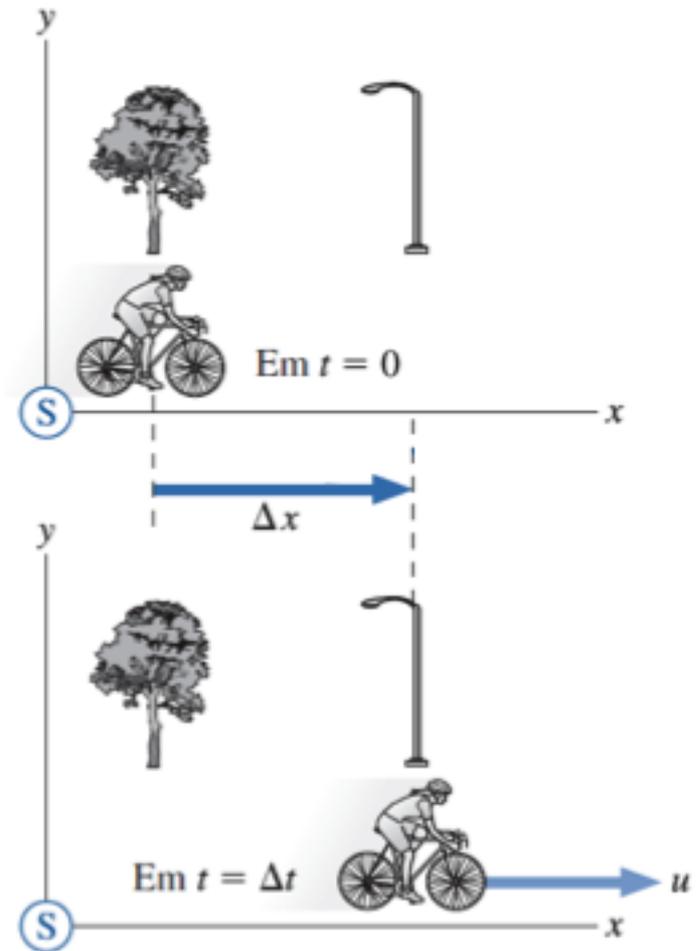
- O princípio da relatividade de Galileu Galilei é descrito em seu livro "Diálogos sobre dois sistemas máximos do mundo" (1632).
- Em certo ponto, os personagens discutem se uma pessoa em uma cabine fechada de um navio em movimento é ou não capaz de perceber este movimento pela observação do comportamento de pêndulos, molas ou outros sistemas mecânicos.

"...(desde que o movimento seja uniforme e não flutuante para um lado e para outro) você não perceberá a menor modificação dos efeitos mencionados, e nem de algum deles poderá concluir se o navio se move ou está parado ..."

Em outras palavras: a velocidade de um objeto não é absoluta, mas relativa a um referencial

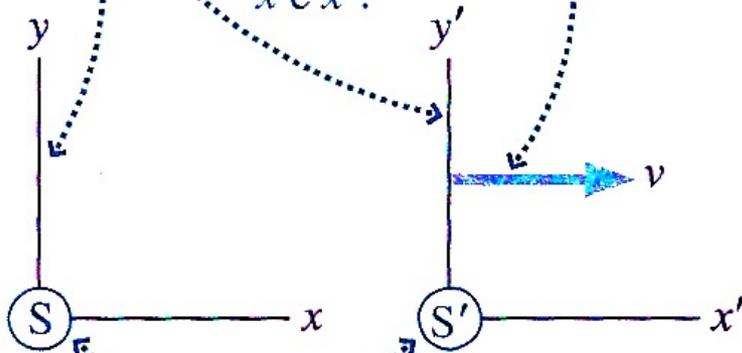
Referenciais

Referencial: sistema de coordenadas em que observadores em repouso medem as posições e o tempo de objetos em movimento

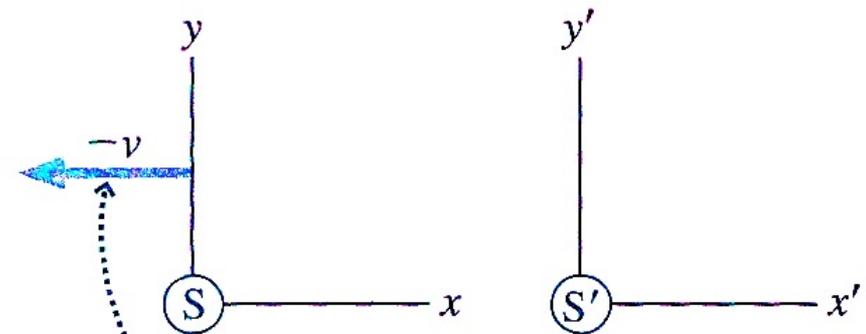


Referenciais

1. Os eixos de S e S' têm a mesma orientação.
2. O referencial S' move-se com velocidade v em relação ao referencial S . O movimento relativo ocorre ao longo dos eixos x e x' .

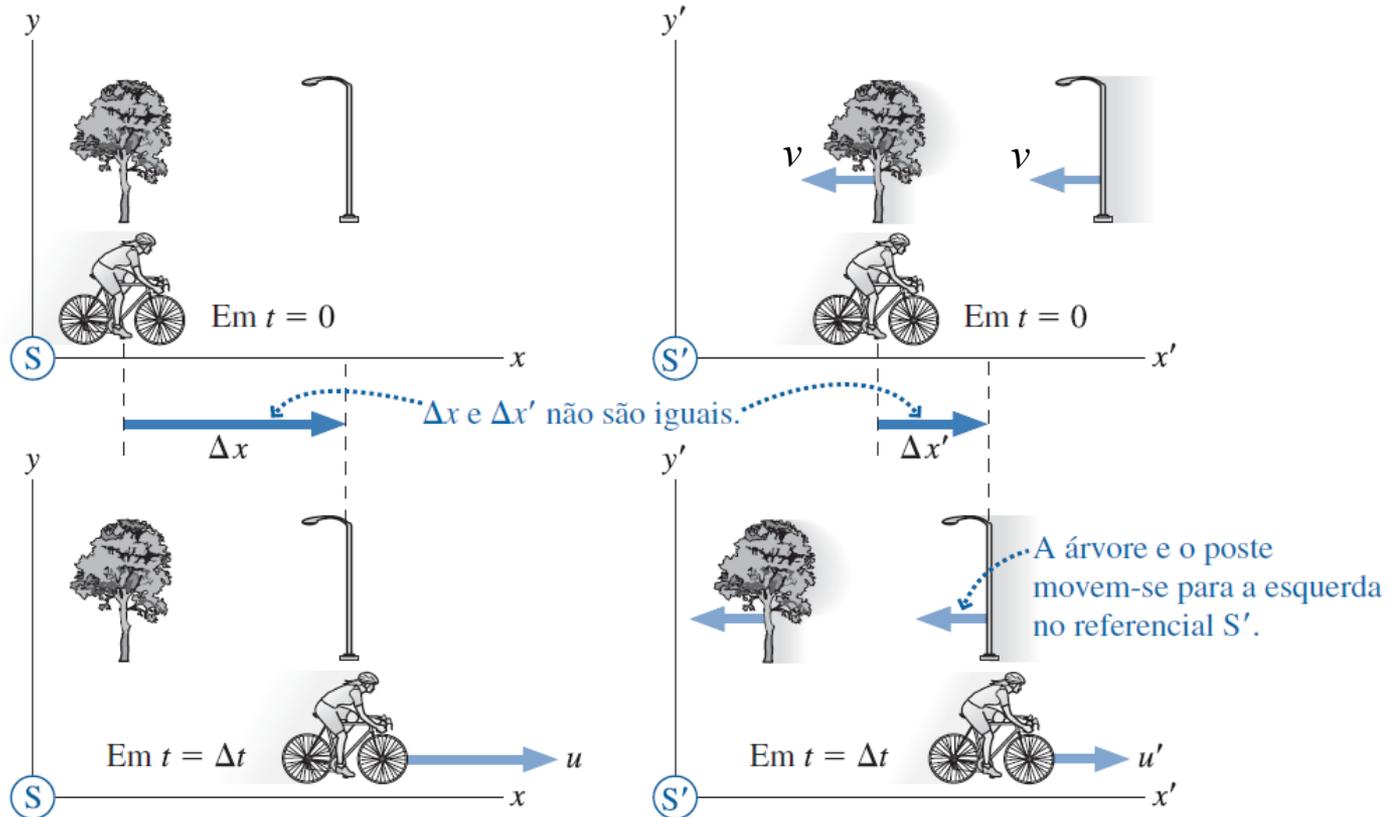


3. As origens de S e S' coincidem no instante $t = 0$. Essa é a nossa definição de $t = 0$.



4. O referencial S move-se com velocidade $-v$ em relação ao referencial S' .

Transformações de Galileu



$$x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

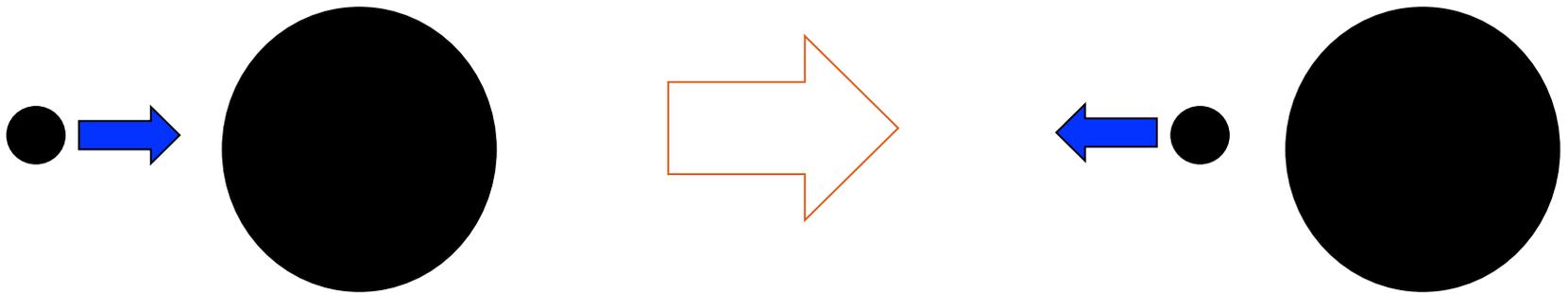
$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = u'_x + v$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = u'_y$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = u'_z$$

Teste conceitual: referenciais

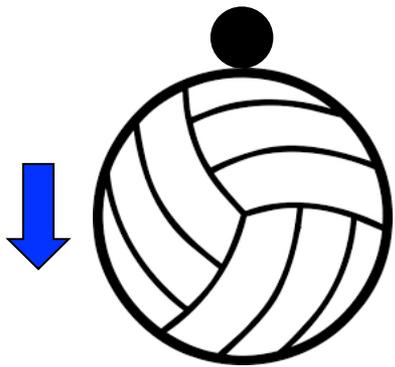
Quando uma bola pequena colide com outra grande e pesada, inicialmente em repouso, esta última tende a continuar em repouso, enquanto a bola pequena quica de volta praticamente com a mesma velocidade inicial



Suponha agora que uma bola grande, de massa M , se movendo com velocidade v , atinge uma bola pequena, de massa m , que está em repouso. Após a colisão, o momento linear da bola pequena será

- A) Mv B) $2Mv$ C) mv D) $2mv$

Teste conceitual: referenciais



Uma pequena bola de borracha é colocada sobre uma bola de vôlei, e ambas são largadas de uma certa altura, caindo juntas.

Logo antes da bola de vôlei atingir o chão, a velocidade vertical de ambas é v .

Após o choque, qual será a velocidade com que a bola pequena quica para cima ?

A) v

B) $2v$

C) $3v$

D) $4v$

Relatividade de Galileu, versão Newton



1a Lei: existem *referenciais inerciais*, nos quais um corpo que não sofre forças se move com vel. constante

2a Lei: Em relação a um ref. inercial, vale que

$$\vec{F}_{result} = m\vec{a}$$

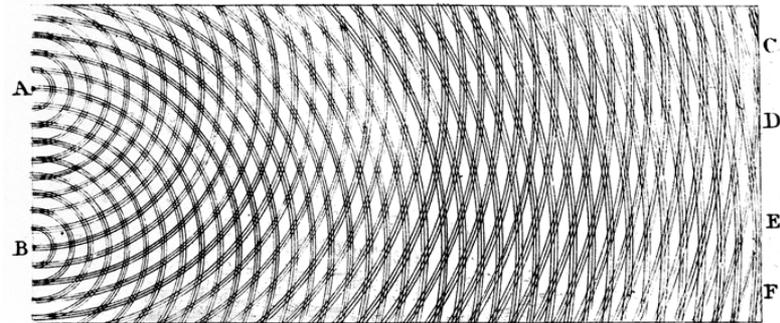
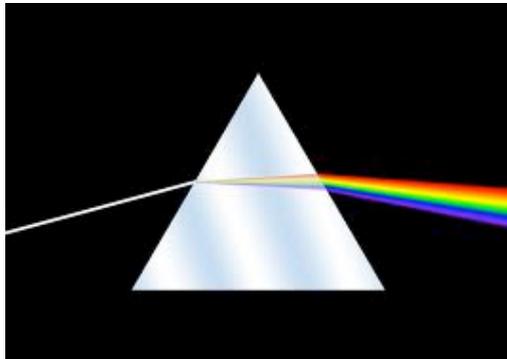
O Princípio da Relatividade de Galileu, versão de Newton:

“As leis da mecânica são iguais em relação a qualquer referencial inercial”

E a luz?

Newton: acreditava na teoria de que a luz era feita de *partículas*.

No início do séc XIX: descobre-se que a luz é uma *onda*, pois sofre difração, interferência etc.

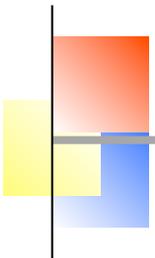


Meados do séc XIX: eqs de Maxwell descrevem todos os fenômenos elétricos, magnéticos e ópticos (unificação).

Prevêem que a luz é de fato uma onda que se desloca com velocidade

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s} = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$$

A pergunta porém é: com relação a que?



O Drama da Física Clássica

Problema com a versão ondulatória: uma onda precisaria de um meio para se propagar. Surge a hipótese do ÉTER...

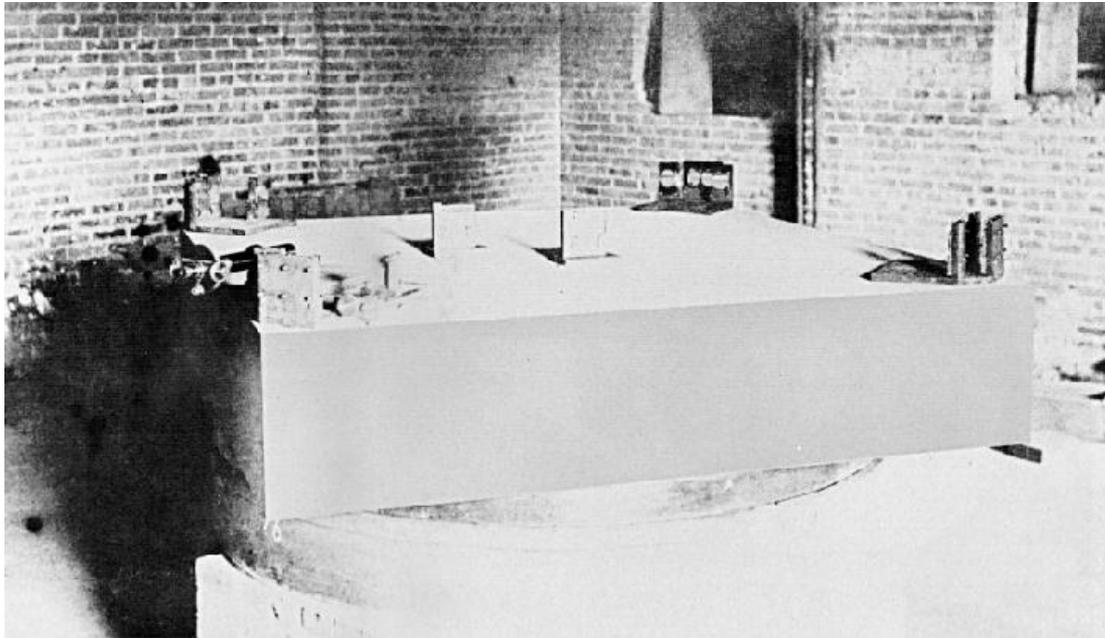
Propriedades estranhas:

- rígido (para que a luz tenha a velocidade altíssima que tem)
- mas passa por dentro de materiais transparentes !

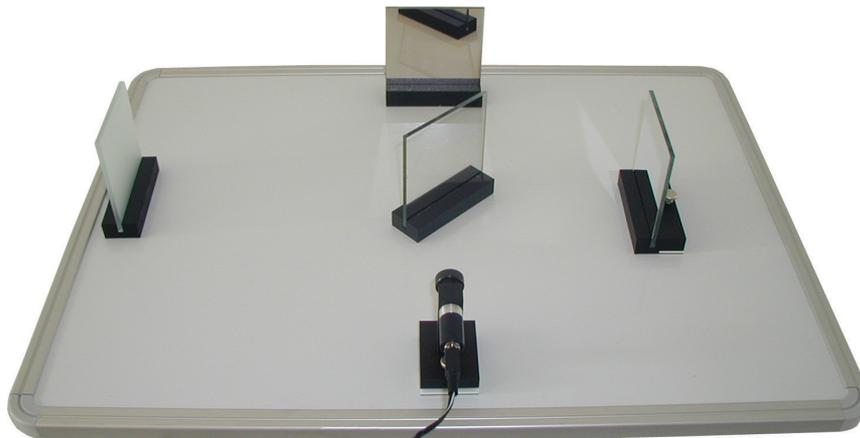
A busca do éter se torna um dos grandes problemas experimentais e teóricos do final do século XIX.

Ideia para testar a hipótese do éter: Caso ele existisse, o movimento da Terra em relação a ele provocaria um "vento", o que mudaria a velocidade da luz na direção do movimento da Terra, com respeito àquela na direção transversal.

**Teste experimental feito por Michelson e Morley (1887)
usando um *interferômetro*:**

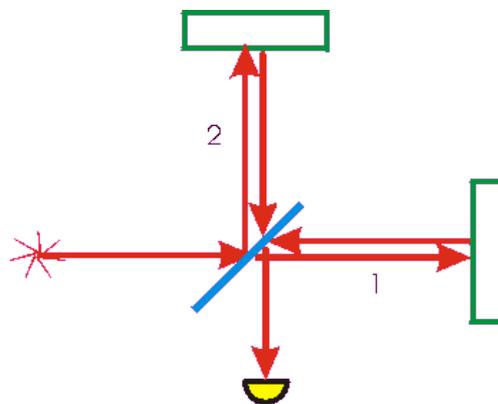


Versão moderna do interferômetro de M & M.



Esquema simplificado do que acontece

Interferência construtiva ou destrutiva dos dois feixes leva a aparecerem zonas claras e escuras ('franjas') no detector



Caso existisse um éter, as franjas de interferência mudariam de posição ao longo do ano.

Resultado experimental: nenhuma alteração

O artigo de Einstein (1905)

**“Sobre a eletrodinâmica dos
corpos em movimento”
Annalen der Physik. 1905 v. 17**

**Publicado junto a dois outros
artigos: movimento
browniano e efeito
fotoelétrico (por este último
Einstein ganhou o Nobel)**

891

3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

A Relatividade de Einstein

A solução proposta por Einstein é simples à primeira vista: estender o princípio de Galileu para *todos* os fenômenos físicos, ie, não apenas os mecânicos mas também os eletromagnéticos



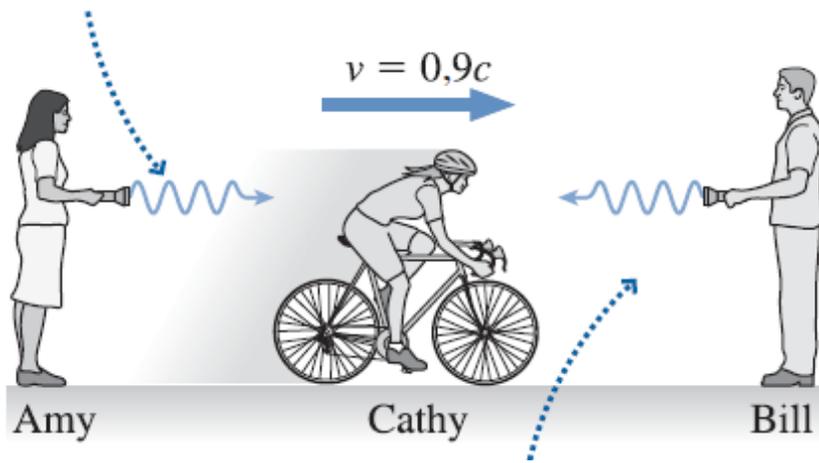
O Princípio da Relatividade de Einstein:

“Todas as leis da Física são iguais em relação a qualquer referencial inercial”

A constância da velocidade da Luz

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3,0 \times 10^8 m/s = 300m/\mu s$$

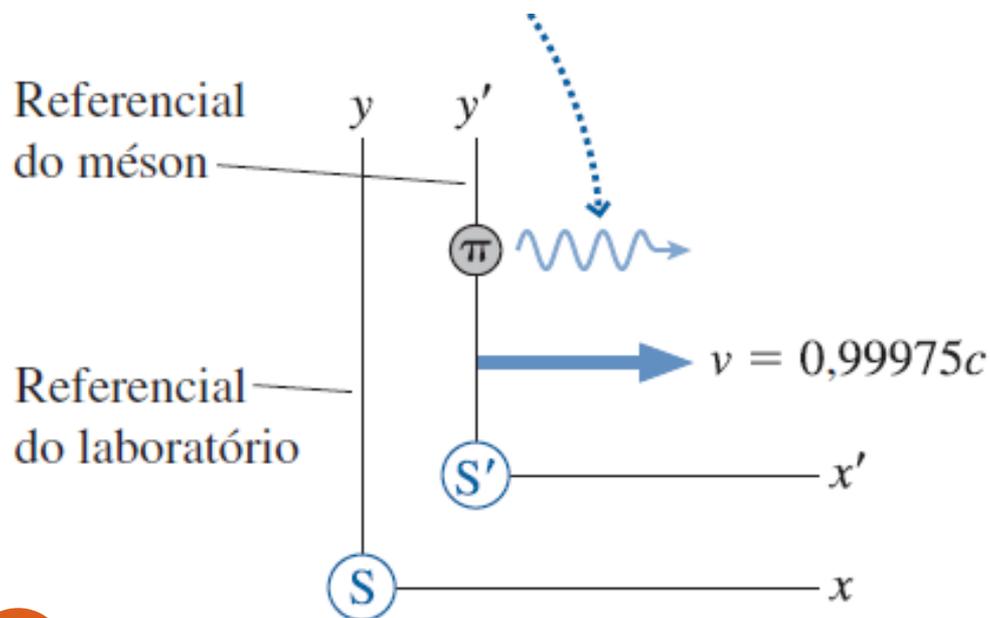
1. Pelo Princípio da Relatividade, as equações de Maxwell valem em todos os referenciais inerciais.
2. As equações de Maxwell prevêm que as ondas eletromagnéticas, inclusive a luz, se propagam com velocidade c
3. Portanto, a luz se propaga com velocidade c em relação a todos os referenciais inerciais!!



Cathy também tem de ver tanto a luz vinda de Bill quanto a vinda de Amy se propagando com velocidade c !

Evidência experimental !

Um tipo de partícula elementar chamada méson π pode ser gerado em laboratório (acelerador de partículas) viajando a velocidades altíssimas, p/ ex. $v = 0.99975c$. Essas partículas decaem, emitindo um fóton de alta energia. No referencial do méson, o fóton viaja com velocidade c .



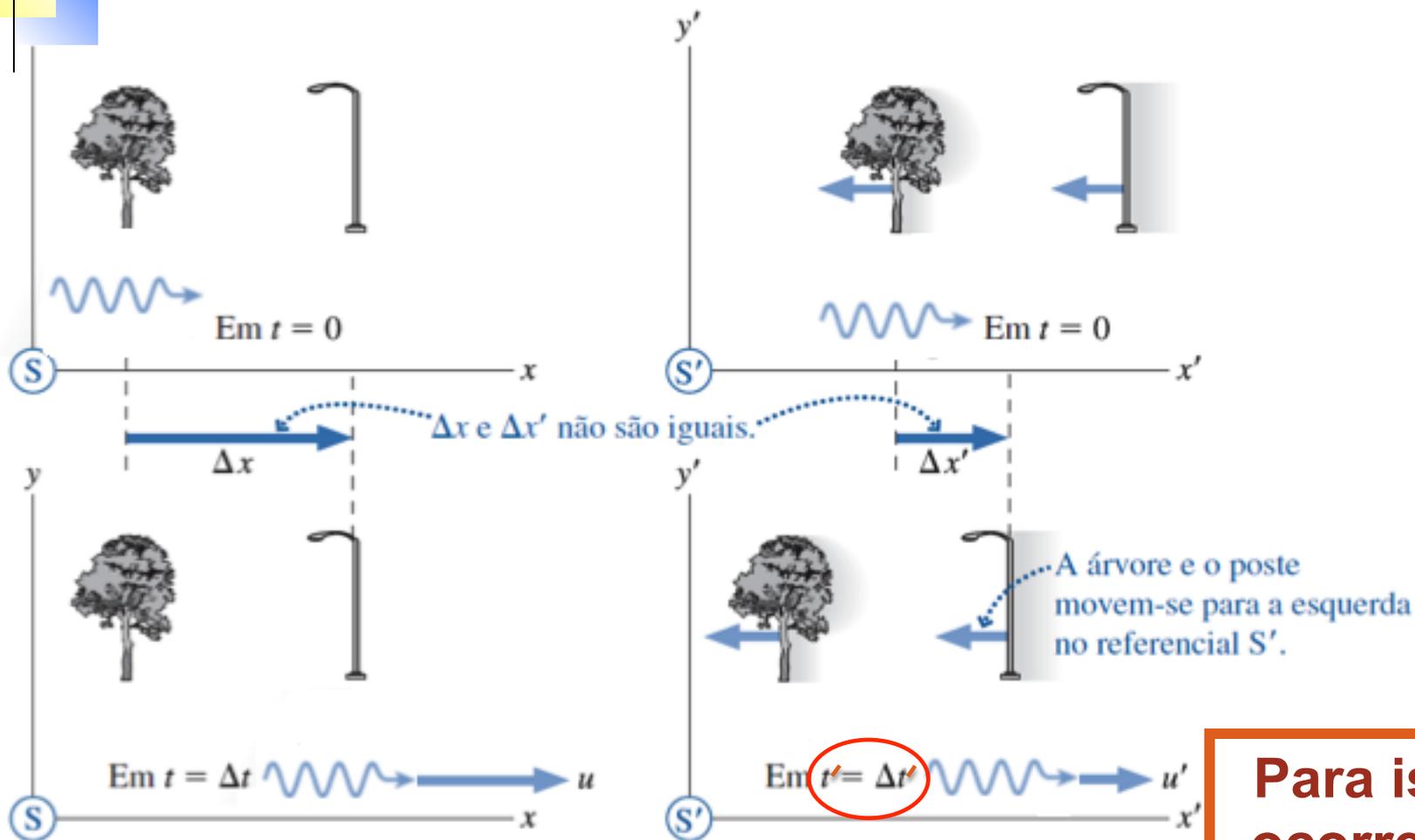
Pelo senso comum, deveríamos medir a velocidade do fóton no ref. do lab. como

$$u = 1,99975 c.$$

Mas as medidas mostram que ela continua igual a

$$u = 3 \times 10^8 \text{ m/s} = c \quad !!$$

Como isto é possível?



Por Galileu:

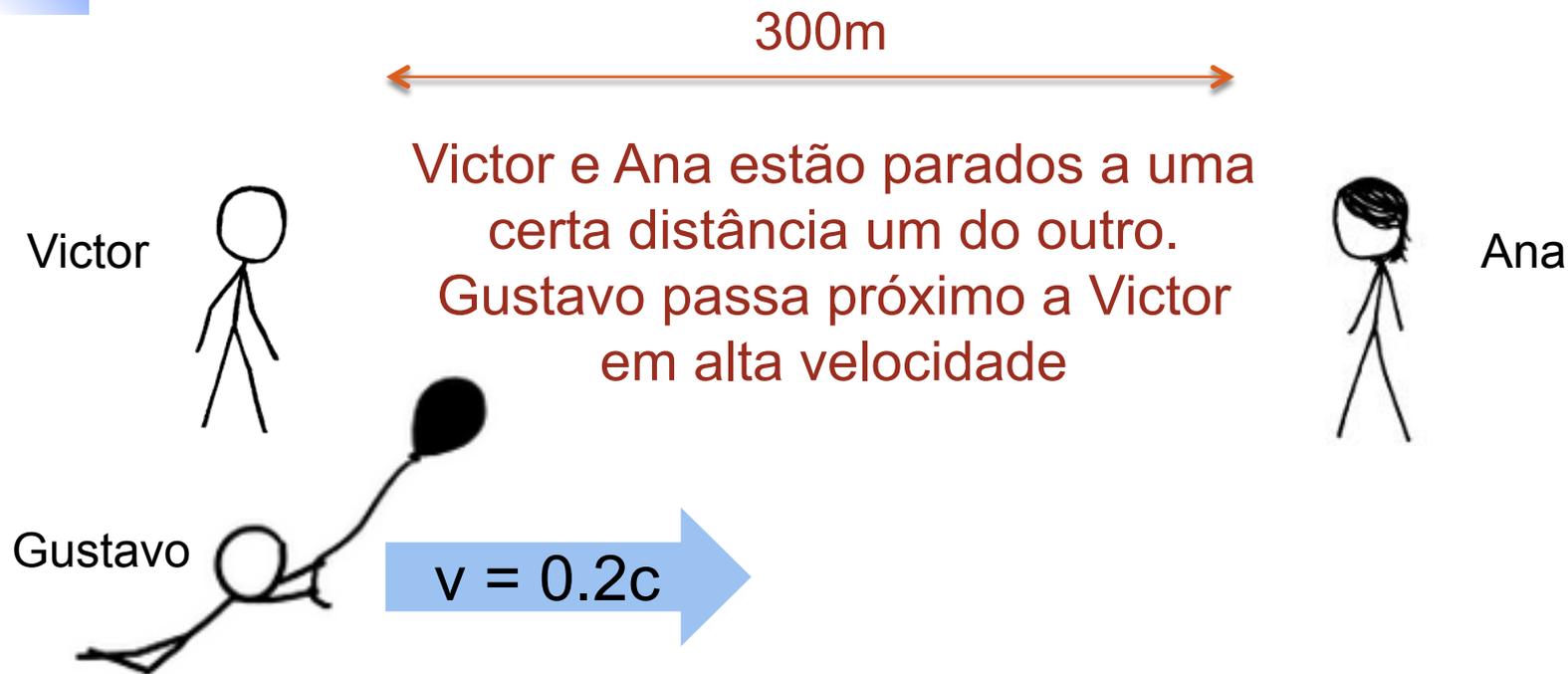
$$u' = \Delta x' / \Delta t \neq u = \Delta x / \Delta t$$

Mas se ao invés da bicicleta
temos um raio de luz:

$$u' = u = c !!$$

**Para isso
ocorrer, é
preciso
 $\Delta t' \neq \Delta t$ (!!?)**

Teste Conceitual: referenciais

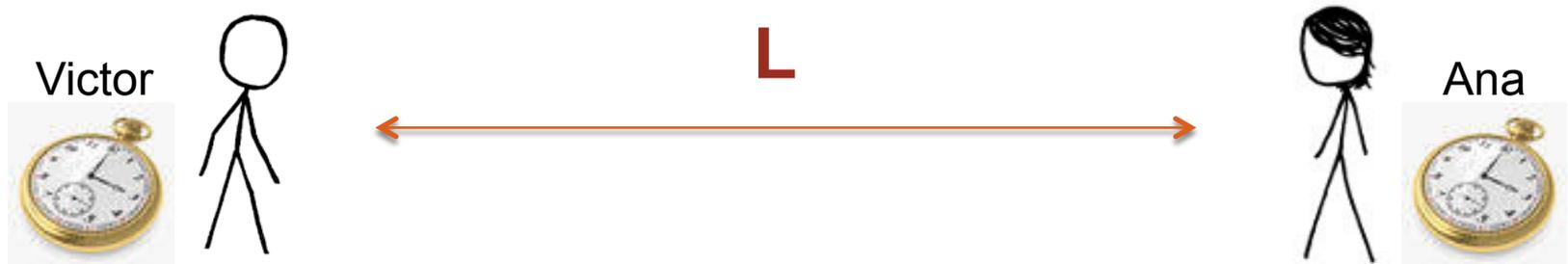


Quantos referenciais diferentes são representados por Victor, Ana e Gustavo?

- A) Um
- B) Dois: (Victor – Ana , e Gustavo)
- C) Dois: (Victor – Gustavo, e Ana)
- D) Três

Teste conceitual: Sincronização

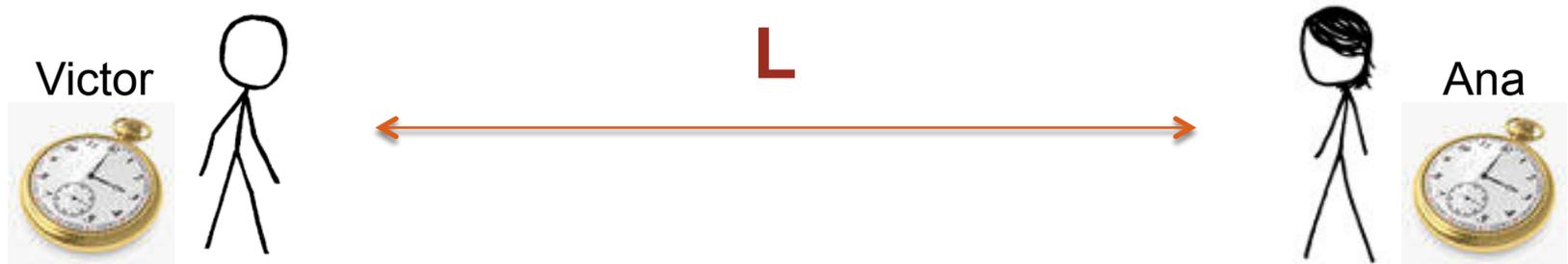
Victor e Ana estão parados a uma certa distância **desconhecida** L um do outro. Cada um tem um relógio. Eles desejam *sincronizar* seus relógios, sem saírem do lugar. É possível fazer isso?



- A) Sim, e não é necessário determinar L
- B) Sim, mas primeiro eles precisam determinar L
- C) Não, eles precisariam saber de antemão o valor de L
- D) Não, eles precisariam se encontrar para sincronizar os relógios

Teste conceitual: Sincronização

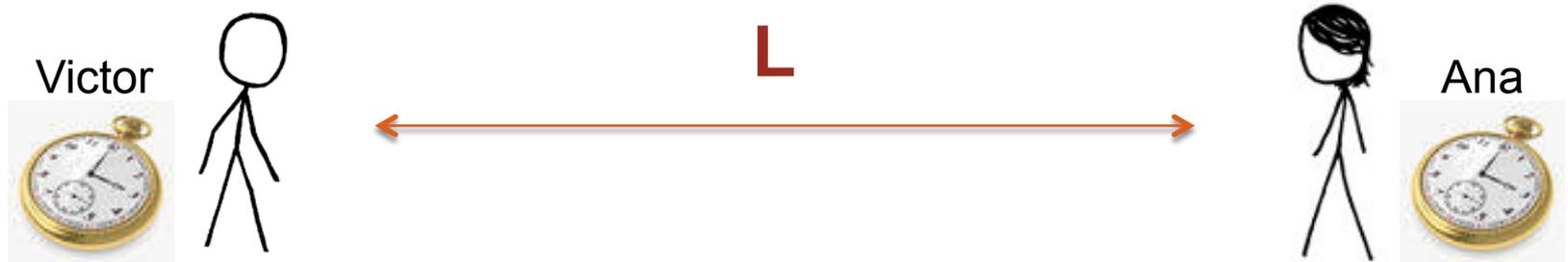
Victor e Ana estão parados a uma certa distância **desconhecida** L um do outro. Cada um tem um relógio. Eles desejam *sincronizar* seus relógios, sem saírem do lugar. É possível fazer isso?



- A) Sim, e não é necessário determinar L
- B) Sim, mas primeiro eles precisam determinar L
- C) Não, eles precisariam saber de antemão o valor de L
- D) Não, eles precisariam se encontrar para sincronizar os relógios

Teste conceitual: Sincronização

Victor e Ana estão parados a uma certa distância **desconhecida** L um do outro. Cada um tem um relógio. Eles desejam *sincronizar* seus relógios, sem saírem do lugar. É possível fazer isso?



Para determinar L : Victor envia luz até Ana, observa o tempo t para o reflexo retornar. Determina $L = t / 2c$

Suponha p.ex. $L = 300\text{m}$. **Para sincronizar relógios:** Victor envia um sinal luminoso com a hora certa (digamos, 13h). Assim que Ana recebe o sinal, ela acerta o seu relógio p/ 13h ***mais* 10^{-6}s**

Teste conceitual: Eventos

Um **evento** é uma ocorrência física em um ponto específico no espaço e no tempo. Este ponto pode ser descrito em um dado referencial por coordenadas (x,y,z,t) .

Ex: Evento 1: Victor acende uma lanterna:



Se as coordenadas do Evento 1 são $(x=0\text{m}, t=0\text{s})$, no referencial de Victor, quais as coordenadas (x,t) **deste mesmo evento** no referencial de Ana?

- A) $0\text{m}, 0\text{s}$ B) $-300\text{m}, 0\text{s}$ C) $300\text{m}, 10^{-6}\text{s}$ D) $0\text{m}, 10^{-6}\text{s}$

Eventos

Um **evento** é uma ocorrência física em um ponto específico no espaço e no tempo. Este ponto pode ser descrito em um dado referencial por coordenadas (x,y,z,t) .

Ex: Evento 1: Victor acende uma lanterna:



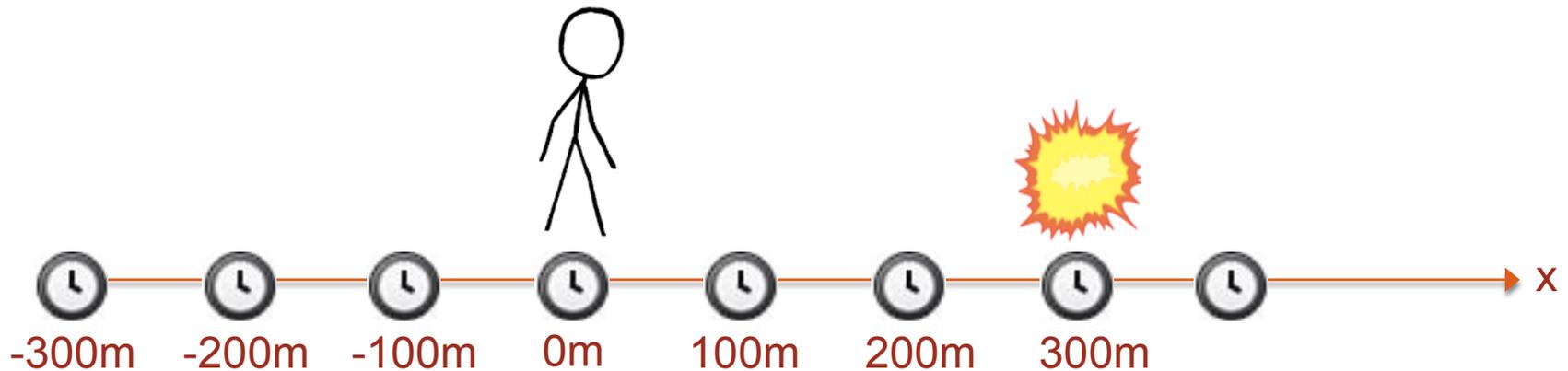
Conclusão: a posição e instante em que um evento *realmente ocorre*, de acordo com um determinado observador **não são** em geral iguais à posição e instante em que este observador *percebe* o evento. Essa percepção é um **outro evento**.

Ex: Evento 2: Ana enxerga a luz da lanterna de Victor:

$$x = 300\text{m}, t = 10^{-6}\text{s}$$

Referenciais

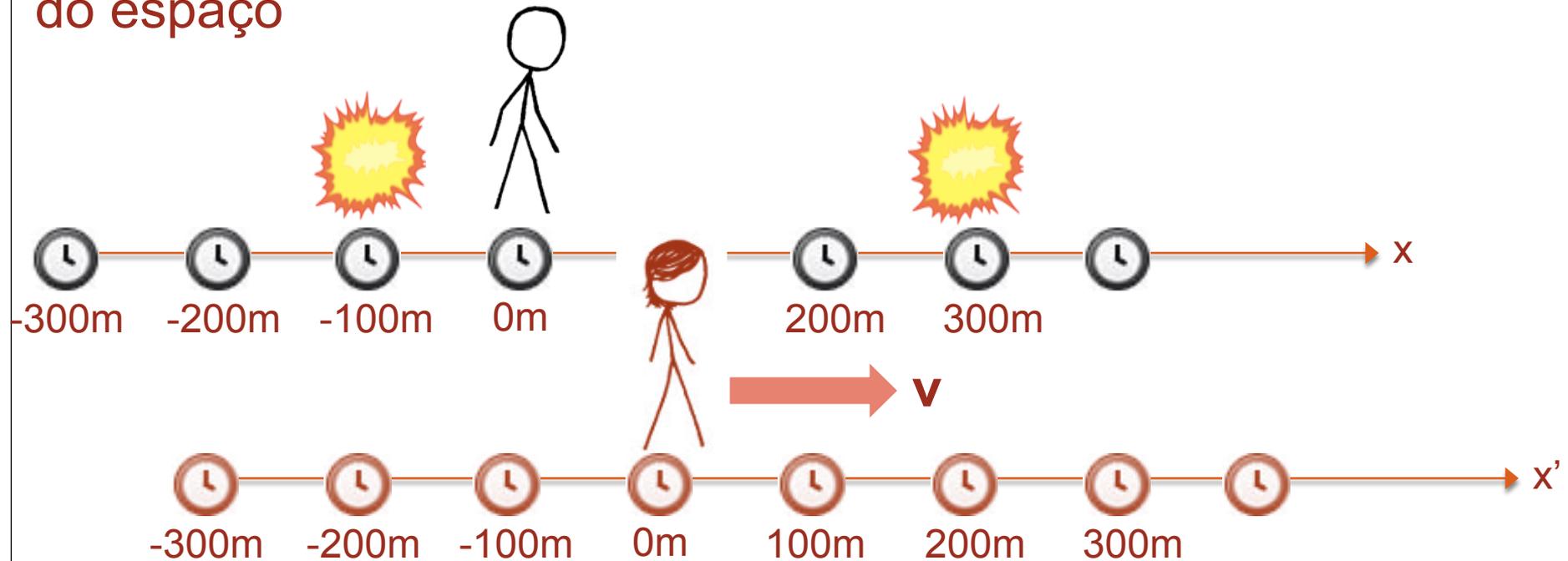
Em conclusão: quando falamos em um *referencial*, podemos imaginar uma série de relógios sincronizados espalhados ao longo do espaço, todos parados em relação uns aos outros.



Um observador pode assim determinar o instante em que qualquer evento de fato ocorreu, mesmo que demore um pouco até ele obter essa informação (devido à velocidade finita da luz).

Simultaneidade

Dois eventos são **simultâneos** com respeito a um referencial se ocorrem no mesmo instante, mesmo que em pontos diferentes do espaço



A questão é: como esses eventos são descritos num **segundo** referencial, se movendo com velocidade v com respeito ao $1o$?

Teste conceitual: simultaneidade 1

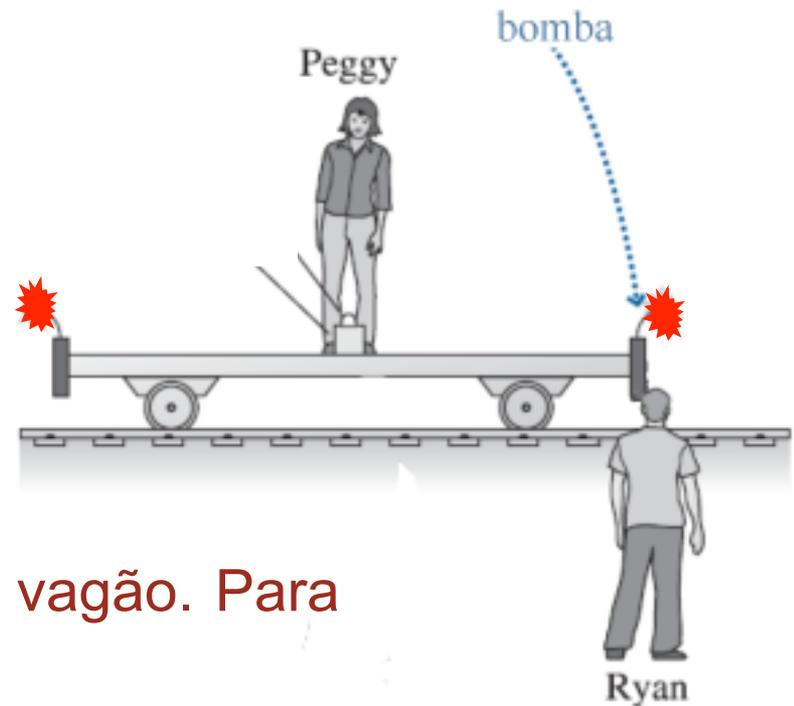
- Peggy está no centro de um vagão parado. Ela enxerga duas bombas explodindo simultaneamente em cada ponta do vagão

- Ryan está junto a uma das pontas do vagão. Para ele, o que realmente ocorre é que

A) A bomba da esquerda explode primeiro

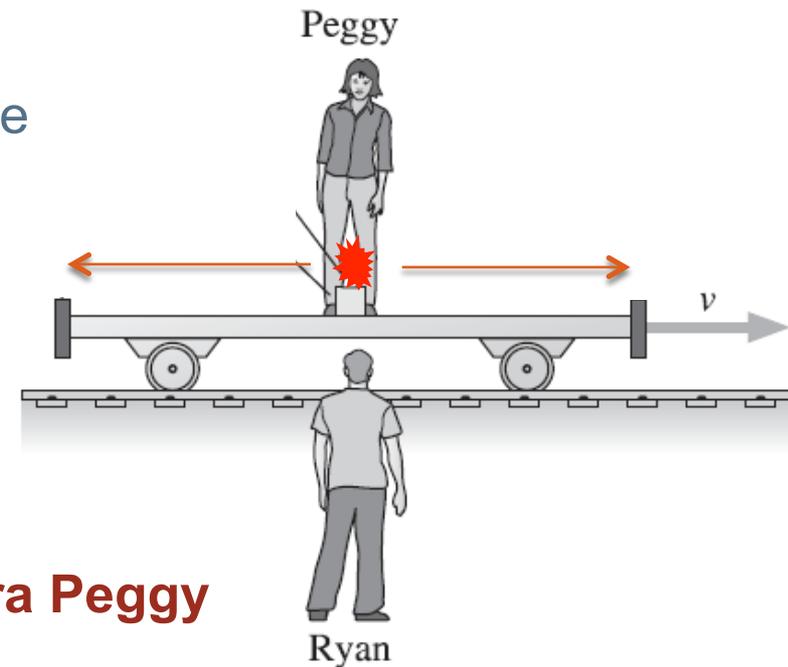
B) A bomba da direita explode primeiro

C) As duas bombas explodem simultaneamente



Teste conceitual: simultaneidade 2

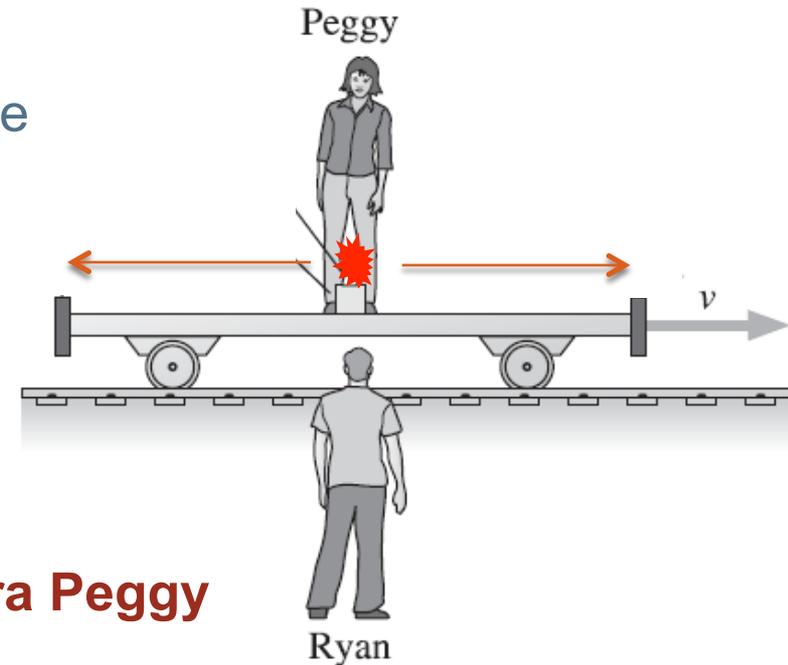
- Agora o vagão está em movimento com velocidade v em relação ao chão
- Peggy solta uma bombinha bem à sua frente
- A luz da explosão se propaga até atingir as pontas do vagão. Chamemos de Evento 1 (E1) a chegada da luz na ponta esquerda, e Evento 2 (E2) a chegada da luz na ponta direita.



- A) E1 ocorre antes de E2 para Ryan e para Peggy
- B) E1 e E2 ocorrem simultaneamente para Peggy, mas para Ryan E1 ocorre antes de E2
- C) E1 e E2 ocorrem simultaneamente para Ryan e para Peggy, e Ryan também enxerga esses eventos simultaneamente
- D) E1 e E2 ocorrem simultaneamente tanto para Ryan como para Peggy, mas Ryan enxerga E1 ocorrendo antes de E2

Teste conceitual: simultaneidade 2

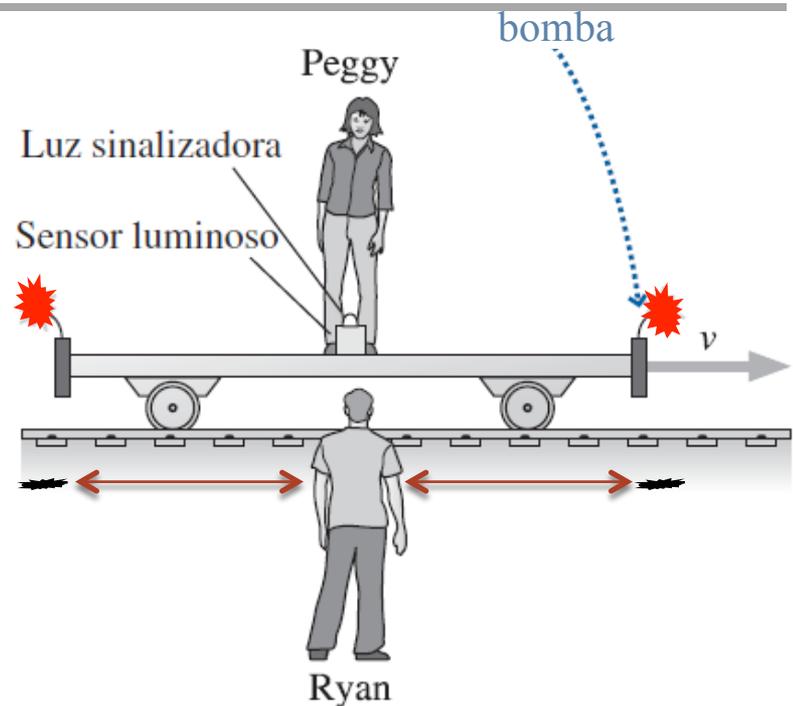
- Agora o vagão está em movimento com velocidade v em relação ao chão
- Peggy solta uma bombinha bem à sua frente
- A luz da explosão se propaga até atingir as pontas do vagão. Chamemos de Evento 1 (E1) a chegada da luz na ponta esquerda, e Evento 2 (E2) a chegada da luz na ponta direita.



- A) E1 ocorre antes de E2 para Ryan e para Peggy**
- B) E1 e E2 ocorrem simultaneamente para Peggy, mas para Ryan E1 ocorre antes de E2**
- C) E1 e E2 ocorrem simultaneamente para Ryan e para Peggy, e Ryan também enxerga esses eventos simultaneamente**
- D) E1 e E2 ocorrem simultaneamente tanto para Ryan como para Peggy, mas Ryan enxerga E1 ocorrendo antes de E2**

Teste conceitual: simultaneidade 3

- Novamente, o vagão está em movimento com velocidade v .
- Bombas explodem em cada ponta
- Dessa vez, Ryan vê simultaneamente a luz das duas explosões. Ele também observa que as marcas deixadas no solo pelas explosões estão à mesma distância dele.

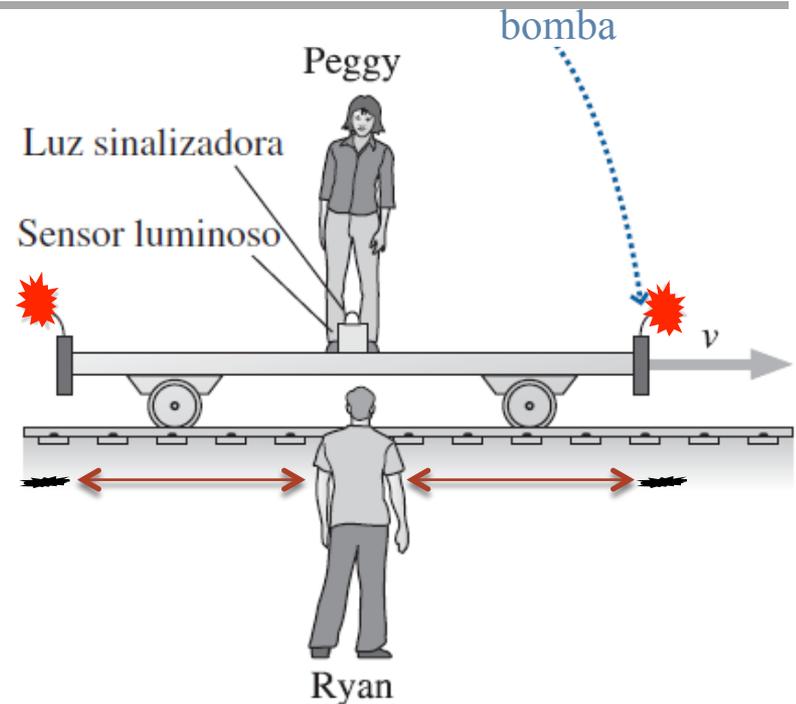


Peggy possui um sensor ligado a uma luz sinalizadora

1. Se o sensor detecta o flash vindo da direita antes do vindo da esquerda: **LUZ VERDE**
2. Se o sensor detecta o flash vindo da esquerda antes do vindo da direita ou se chegarem simultaneamente: **LUZ VERMELHA**

Teste conceitual: simultaneidade 3

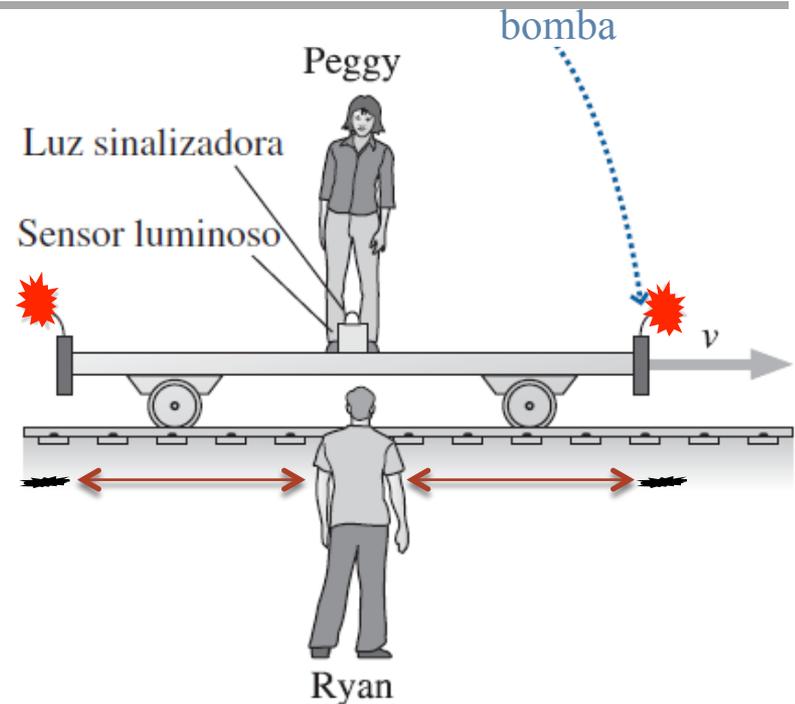
- Novamente, o vagão está em movimento com velocidade v .
- Bombas explodem em cada ponta
- Dessa vez, Ryan vê simultaneamente a luz das duas explosões. Ele também observa que as marcas deixadas no solo pelas explosões estão à mesma distância dele.



- Como Peggy descreve a ordem das explosões?
- Qual luz acende?

Teste conceitual: simultaneidade 3

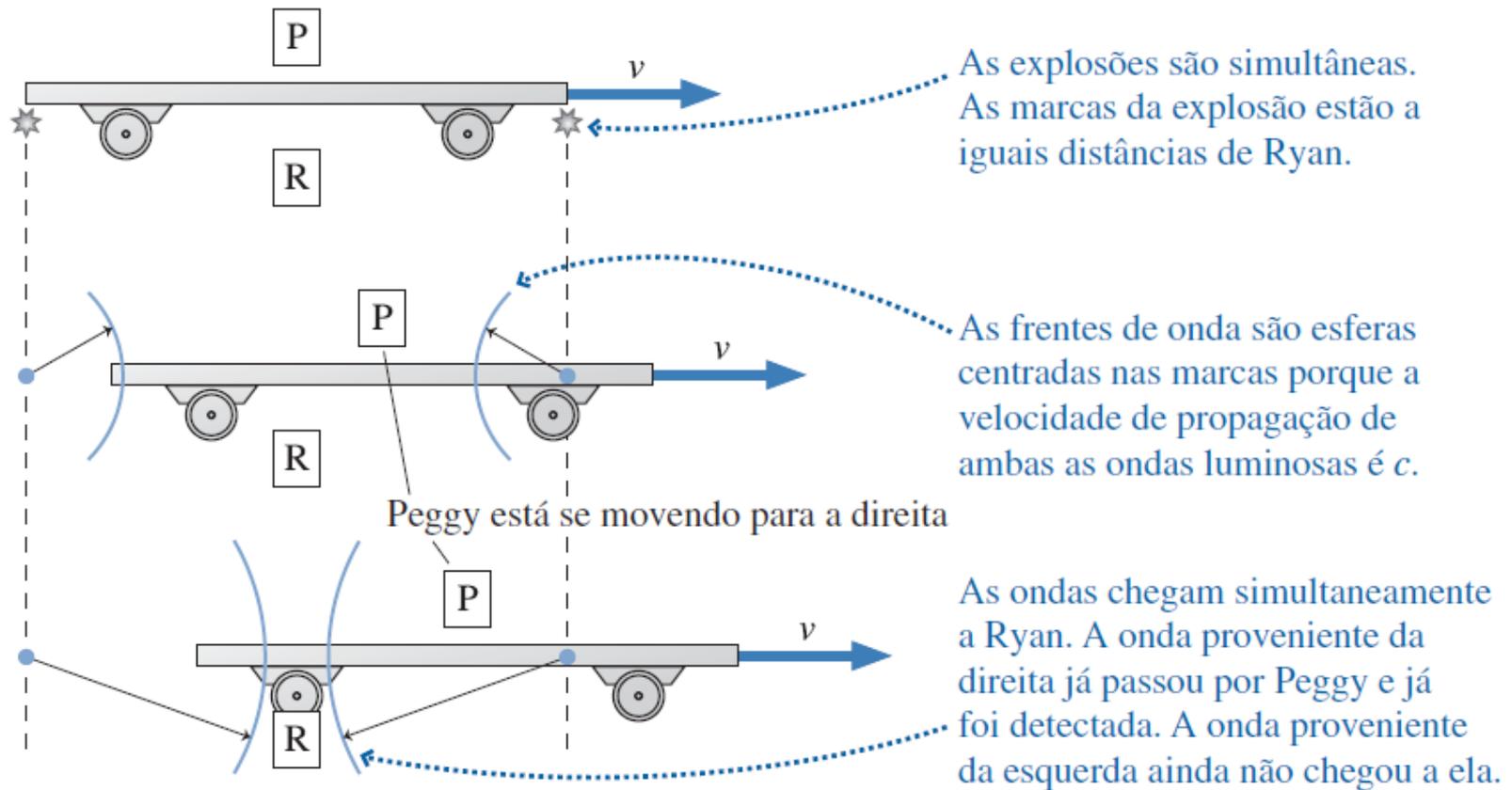
- Novamente, o vagão está em movimento com velocidade v .
- Bombas explodem em cada ponta
- Dessa vez, Ryan vê simultaneamente a luz das duas explosões. Ele também observa que as marcas deixadas no solo pelas explosões estão à mesma distância dele. Portanto, para Peggy:



- A) A bomba direita explode primeiro, e a luz **VERDE** acende
- B) A bomba direita explode primeiro, e a luz **VERMELHA** acende
- C) As duas bombas explodem simultaneamente, e a luz **VERDE** acende
- D) As duas bombas explodem simultaneamente, e a luz **VERMELHA** acende

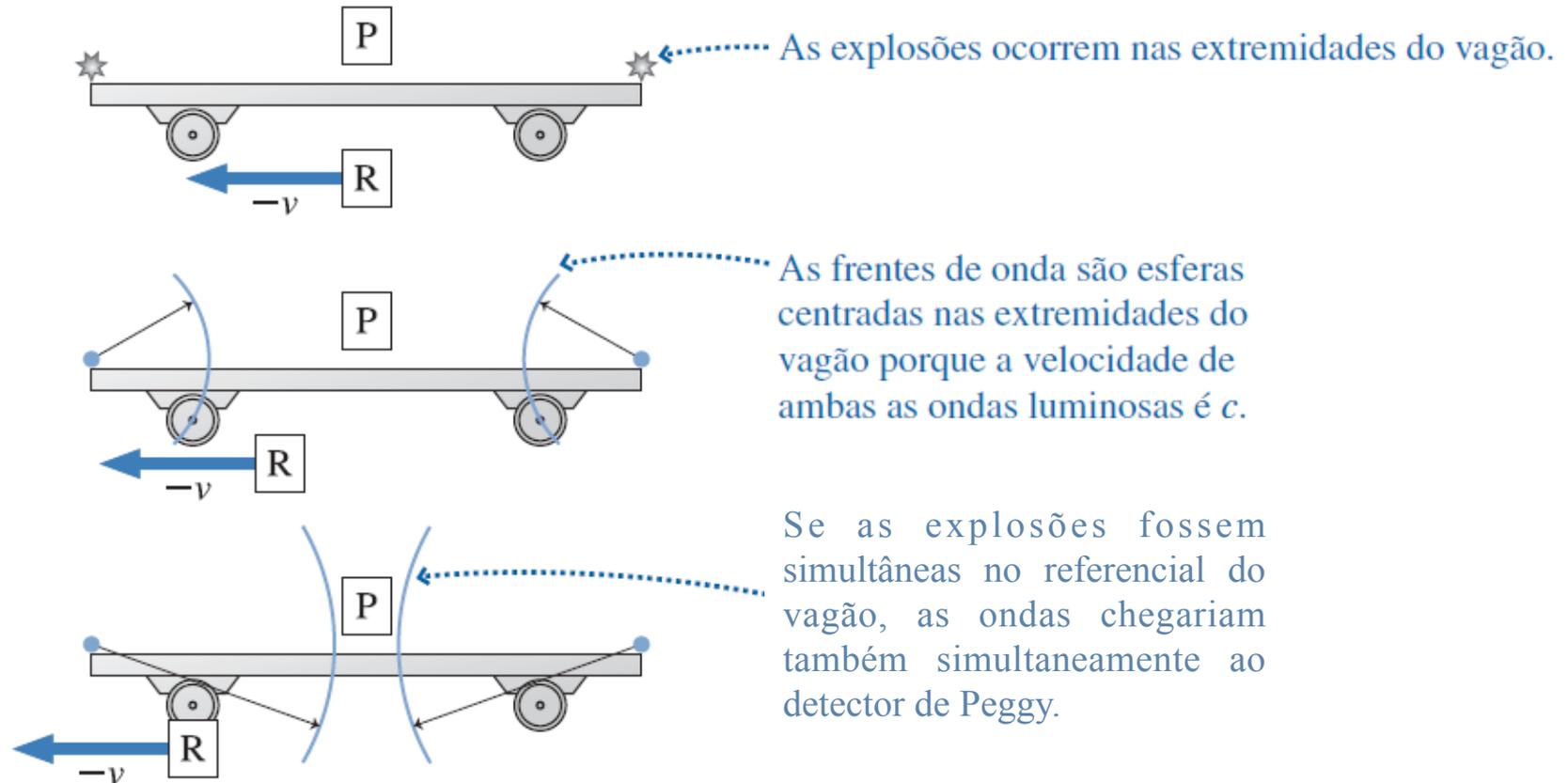
A relatividade da simultaneidade

Descrição no referencial parado na terra (Ryan)



A relatividade da simultaneidade

E se as explosões fossem simultâneas para Peggy?



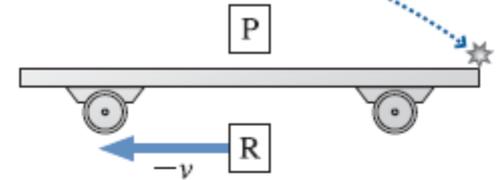
Se as explosões fossem simultâneas para Peggy, a luz **VERMELHA** acenderia. Mas não é isso que ocorre!

A relatividade da simultaneidade

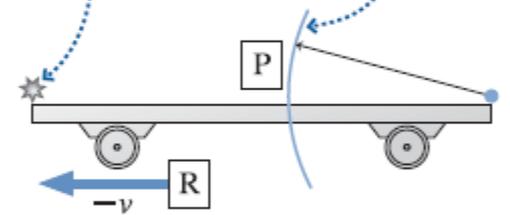
Descrição correta no referencial de Peggy: como sabemos que a Luz **VERDE** acende (e isso não pode depender do referencial)

A bomba da direita tem de ter explodido primeiro!!

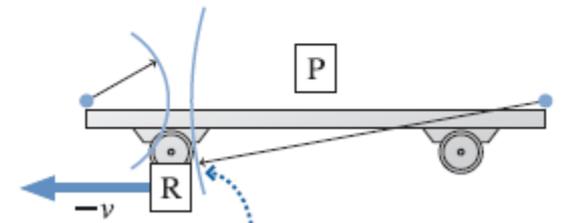
A bomba da direita explode primeiro.



A bomba da esquerda explode depois. A onda luminosa proveniente da direita chega primeiro a Peggy.



As ondas chegam simultaneamente até Ryan. A onda da esquerda ainda não chegou até Peggy.



Discussão

Se um evento ocorre para um observador, ele também ocorre para qualquer outro observador. (p. exemplo: a luz **VERDE** acende, não a vermelha).

Fatos não são relativos!

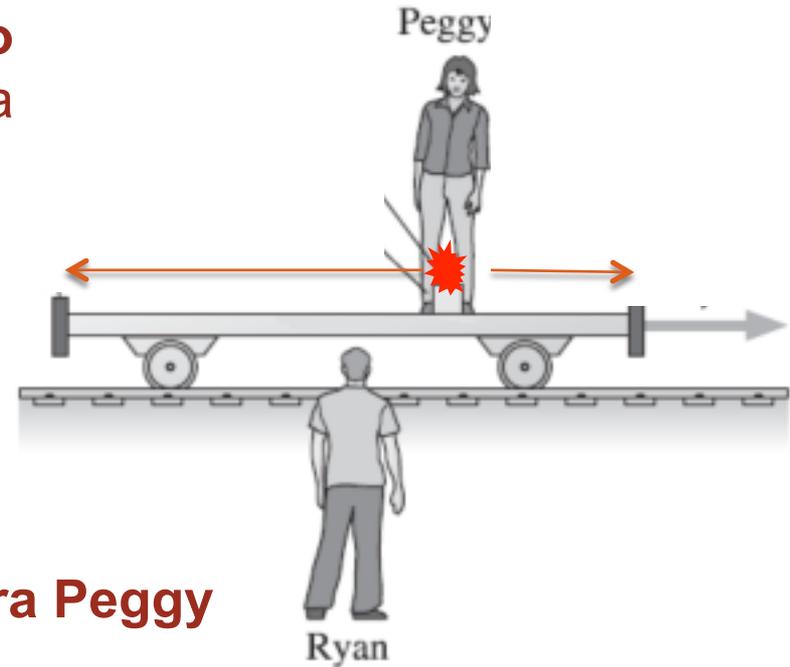
Porém, a *descrição* dos eventos irá variar de acordo com o referencial. Observadores em movimento relativo irão atribuir valores diferentes para a posição e instante de um mesmo evento.

Em particular: Dois eventos que ocorrem simultaneamente em um referencial S **não** são em geral simultâneos em outro referencial S' em movimento relativo a S .

A simultaneidade é relativa

Teste conceitual: simultaneidade 4

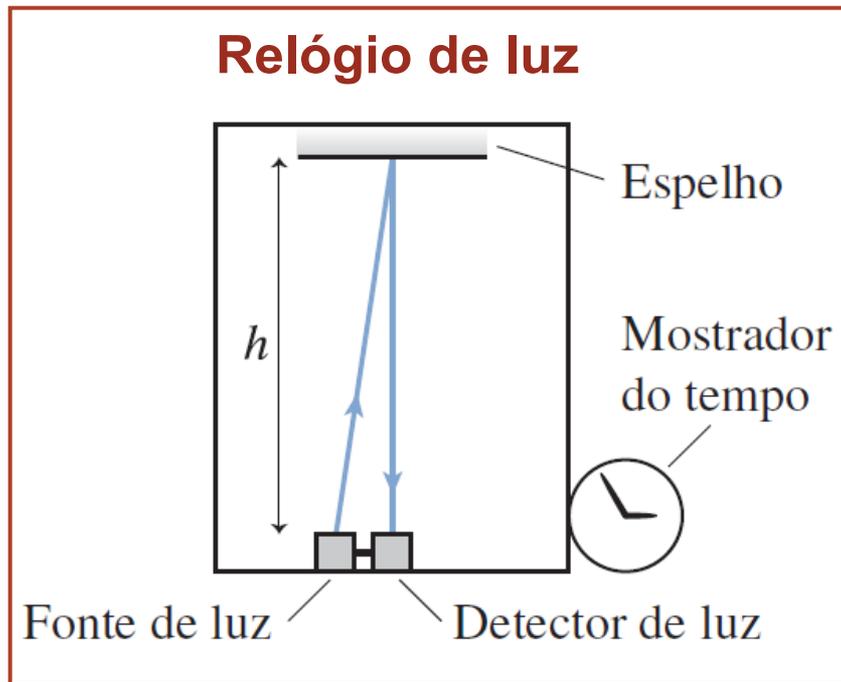
- Repetindo o cenário anterior (teste 2), mas agora Peggy está **um pouco à direita do centro do vagão** quando solta a sua bombinha
- Chamemos novamente de Evento 1 (E1) a chegada da luz na ponta esquerda, e Evento 2 (E2) a chegada da luz na ponta direita.



- A) E1 ocorre antes de E2 para Ryan e para Peggy
- B) E1 e E2 ocorrem simultaneamente para Peggy, mas para Ryan E1 ocorre antes de E2
- C) E1 e E2 ocorrem simultaneamente para Ryan e para Peggy, e Ryan também enxerga esses eventos simultaneamente
- D) E1 e E2 ocorrem simultaneamente tanto para Ryan como para Peggy, mas Ryan enxerga E1 ocorrendo antes de E2

Dilatação Temporal

O exemplo de Ryan e Peggy indica que o tempo “passa” diferente para quem está no referencial S e S'. Vamos agora calcular quanto vale essa diferença



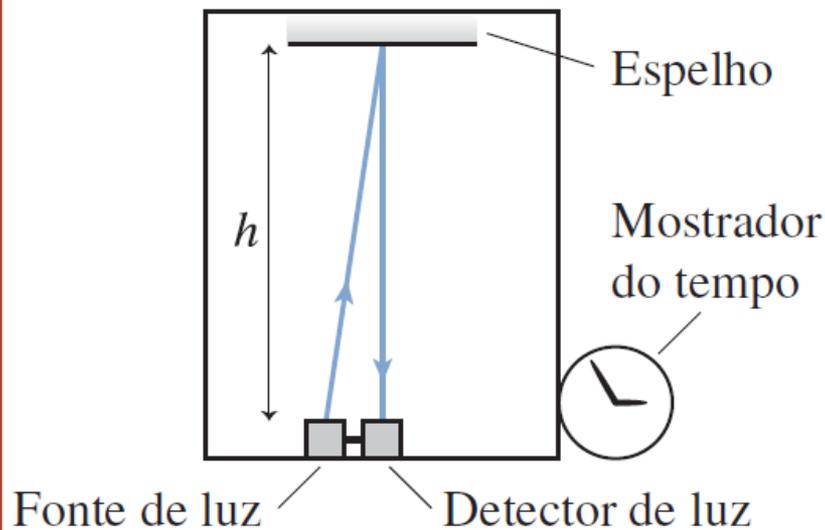
- Considere 2 eventos:
 - i) um pulso de luz é emitido
 - e
 - ii) o pulso retorna e é detectado.
- No referencial S' onde o relógio está em repouso, o tempo entre os dois eventos é

$$\Delta t' = \frac{2h}{c}$$

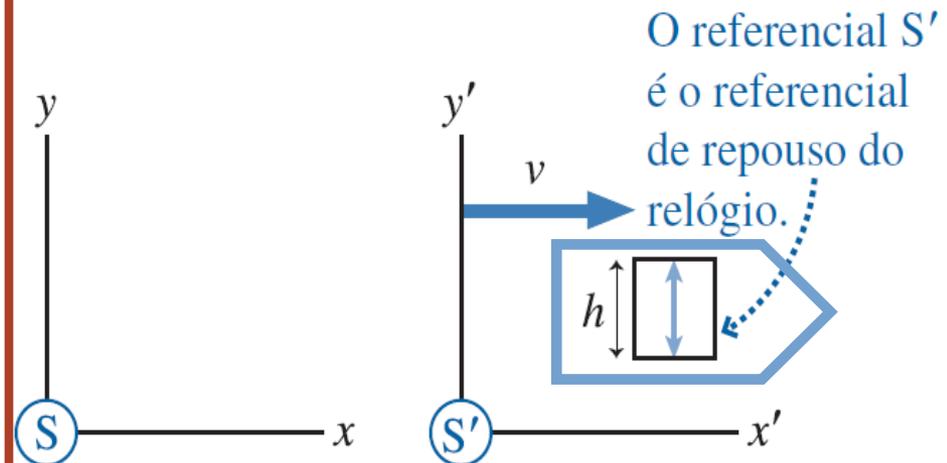
Dilatação Temporal

O exemplo de Ryan e Peggy indica que o tempo “passa” diferente para quem está no referencial S e S' . Vamos agora calcular quanto vale essa diferença

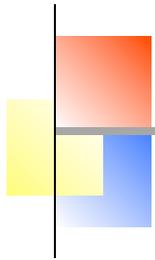
Relógio de luz



P: quanto tempo passa entre os mesmos eventos em um referencial S onde o relógio se move?



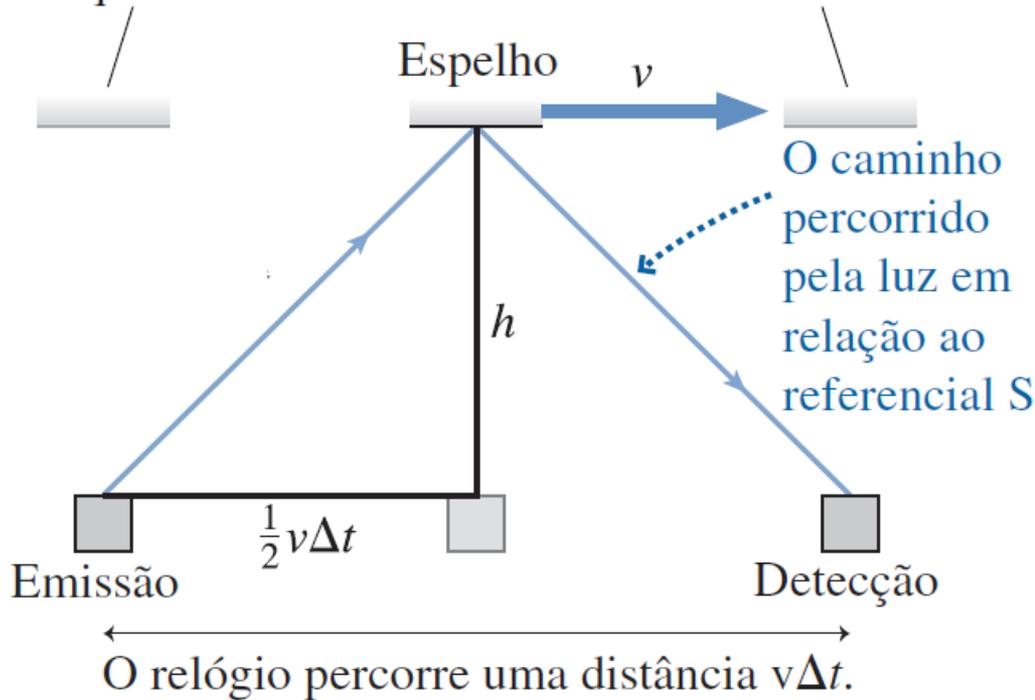
Dilatação temporal



(a)

Espelho no momento em que a luz é emitida

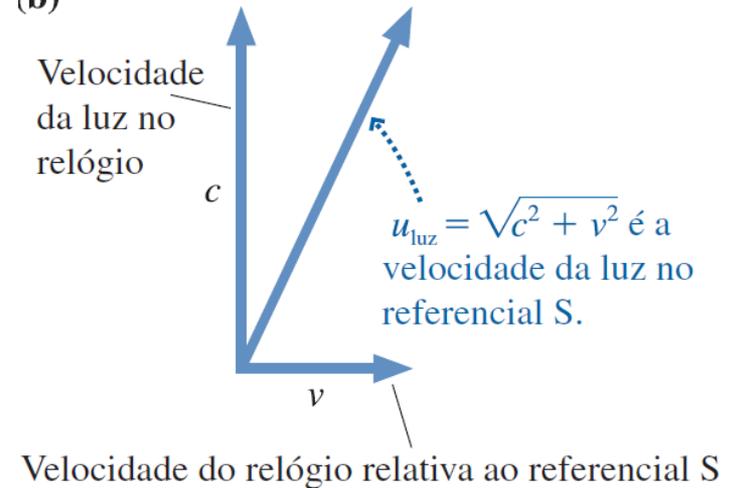
Espelho no momento em que a luz é detectada



Análise Clássica (incorreta)

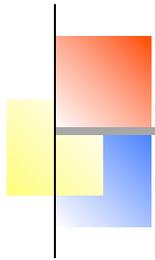
$$u_{luz} = \left\| \vec{u}'_{luz} + \vec{v} \right\|$$

(b)



$$\Delta t = \frac{2h}{c} = \Delta t'??$$

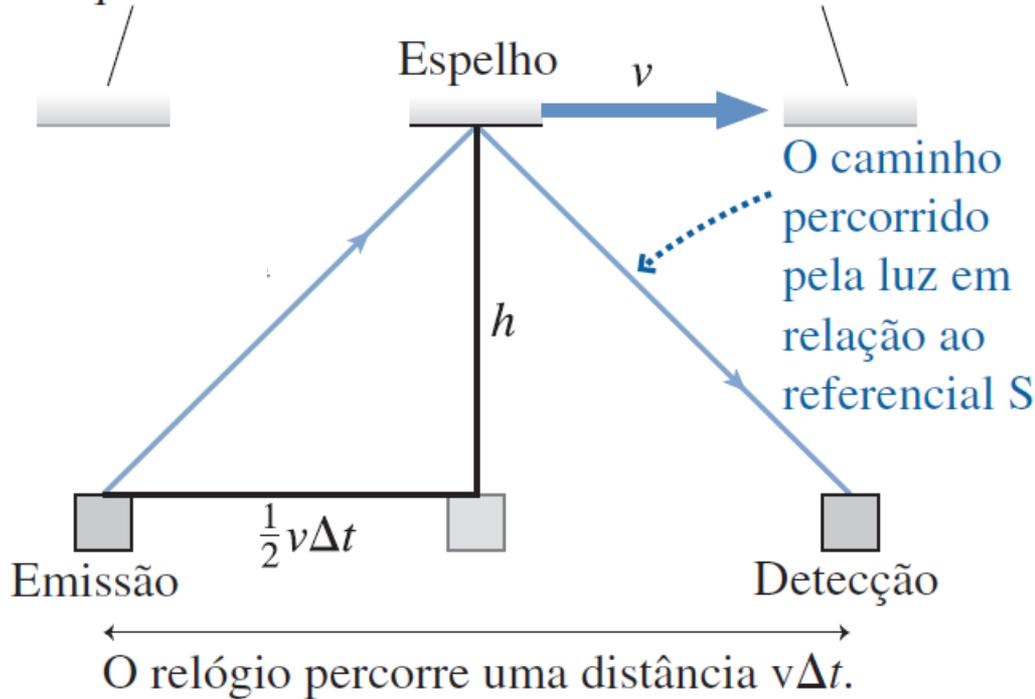
Dilatação temporal



(a)

Espelho no momento em que a luz é emitida

Espelho no momento em que a luz é detectada



Análise Relativística (correta)

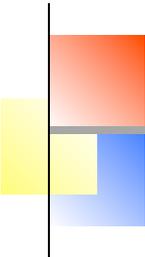
$$u_{\text{luz}} = c !!!$$

$$\Delta t = \frac{2h/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \equiv \gamma \Delta t'$$

onde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

$\beta^2 \equiv v^2/c^2 < 1$

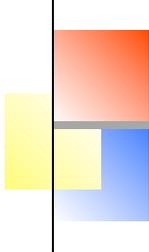


Dilatação temporal

Conclusão: o tempo Δt entre dois eventos, conforme medido no referencial S em que o relógio se move, é ***maior*** do que o registrado no referencial S' onde o relógio está em repouso. Chamamos esse efeito de

DILATAÇÃO TEMPORAL

- Válido para *todos* os relógios, não só aquele usado no argumento: se sincronizamos 2 relógios distintos no ref. S' , este *fato* continua valendo no ref. S !
- Não é uma ilusão



Dilatação temporal

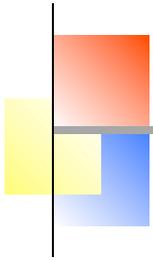
Conclusão: o tempo Δt entre dois eventos, conforme medido no referencial S em que o relógio se move, é **maior** do que o registrado no referencial S' onde o relógio está em repouso. Chamamos esse efeito de

DILATAÇÃO TEMPORAL

Def: **tempo próprio $\Delta\tau$** = tempo medido por um relógio no seu próprio referencial de repouso. No exemplo acima $\Delta\tau = \Delta t'$. O tempo próprio **é o menor valor de tempo que pode ser medido entre dois eventos em qualquer referencial inercial.**

“Relógios em movimento andam mais devagar”

Dilatação temporal



Exemplo 37.5

Saturno dista $1,43 \times 10^{12}$ m do Sol. Um foguete viaja em linha reta do Sol a Saturno com uma velocidade constante de $0,9c$ relativa ao sistema solar.

Quanto tempo levará para o foguete realizar o percurso em relação a um observador que está na Terra? E em relação a um astronauta que está no foguete?

Antes de responder, pense:

P1: quais são os 2 eventos nesta pergunta?

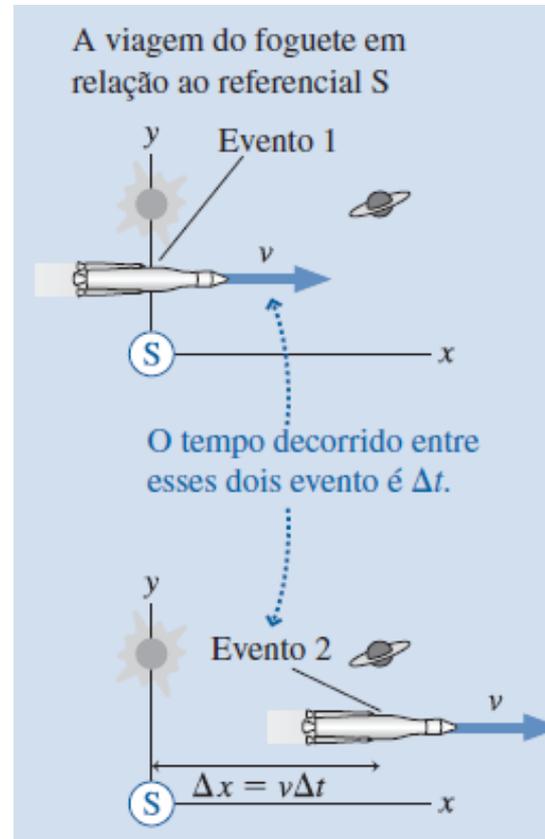
P2: qual desses tempos é o tempo próprio?

Dilatação temporal

Exemplo 37.5

Saturno dista $1,43 \times 10^{12}$ m do Sol. Um foguete viaja em linha reta do Sol a Saturno com uma velocidade constante de $0,9c$ relativa ao sistema solar.

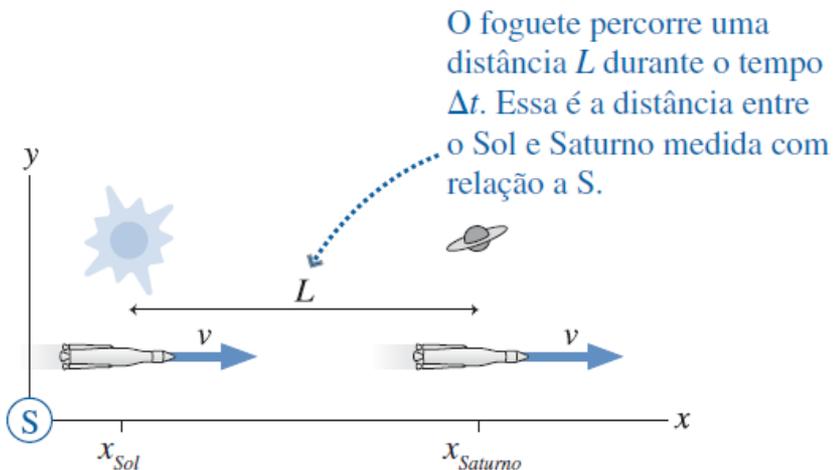
Quanto tempo levará para o foguete realizar o percurso em relação a um observador que está na Terra? E em relação a um astronauta que está no foguete?



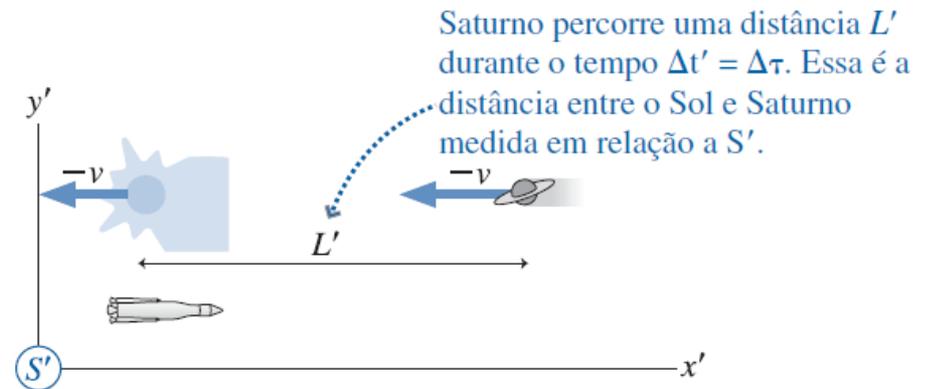
Contração Espacial

Exemplo 37.6.

(a) Referencial S: o Sistema Solar está estacionário.



(b) Referencial S': e foguete está parado.



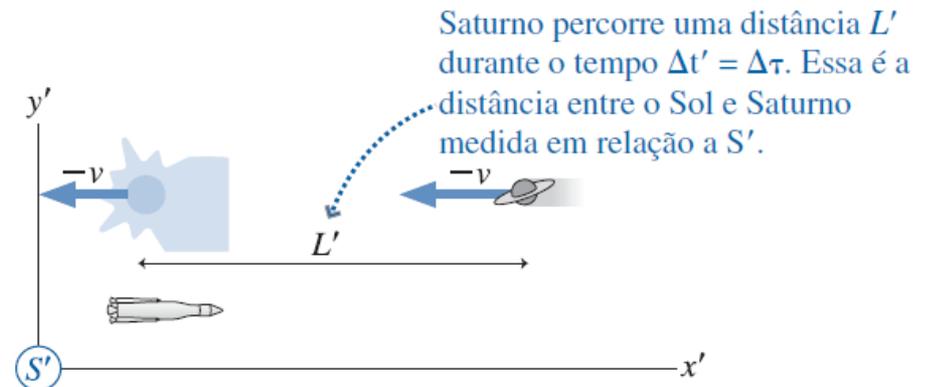
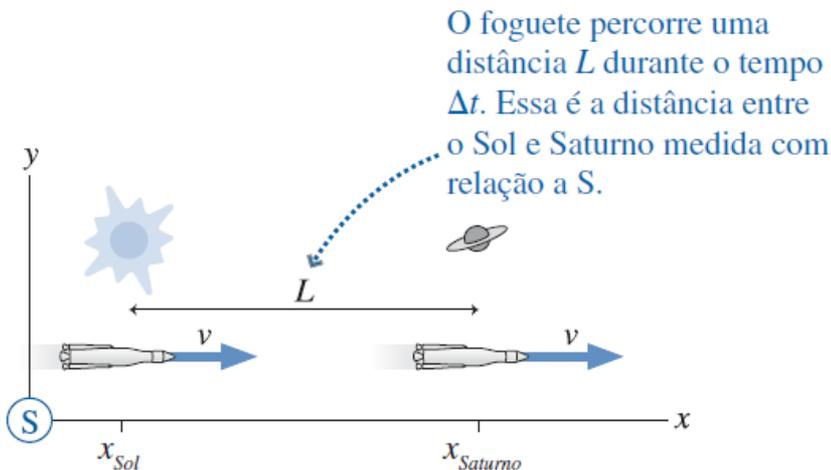
Na figura acima o foguete viaja em linha reta do sol até Saturno com velocidade $0.9c$ relativamente ao sistema solar. A distância Saturno-Sol é de $1,43 \times 10^{12}$ m. Qual é a distância entre o Sol e Saturno medida em relação ao referencial do foguete?

Contração Espacial

Exemplo 37.6.

(a) Referencial S: o Sistema Solar está estacionário.

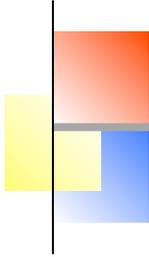
(b) Referencial S': e foguete está parado.



A distância entre dois eventos também depende do referencial !

$$L' = \sqrt{1 - (\beta)^2} L = L/\gamma \leq L$$

R: se $\beta = 0.9$ e $L = 1,43 \times 10^{12}$ m: $L' = 0,62 \times 10^{12}$ m.



Contração Espacial

Conclusão: a distância espacial L entre dois eventos, conforme medido em um referencial S em que a “régua” utilizada se move, é **menor** do que a distância L' registrada no referencial S' onde a régua está em repouso. Chamamos esse efeito de

CONTRAÇÃO ESPACIAL

Def: **distância própria l** = distância medida por uma régua no seu próprio referencial de repouso. No exemplo acima $l = L'$. A distância própria **é o maior valor de distância que pode ser medido entre dois eventos, em qualquer referencial inercial.**

“Objetos em movimento ficam menores”

Aproximação útil quando $v \ll c$

Série de Taylor: para $x \sim 0$,

$$f(x) = (1 + x)^s = 1 + x \cdot \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0} + (\dots) \simeq 1 + sx$$

$$\text{se } v \ll c: \begin{cases} \sqrt{1 - (\beta)^2} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \approx 1 - \frac{1v^2}{2c^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1v^2}{2c^2} \end{cases}$$

37.9 – Um ônibus escolar de 8,0 m de comprimento passa a 30 m/s. Qual é o valor de sua contração espacial?

Solução: 8,0 m no ref. do ônibus (comprimento/distância próprio) S' .

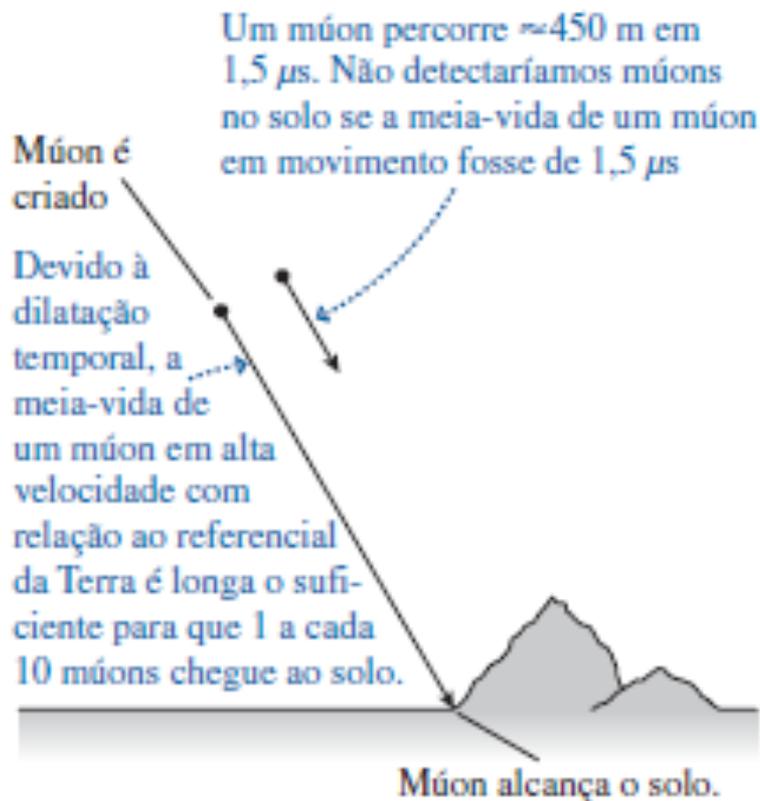
$$L = \sqrt{1 - (\beta)^2} L' = \sqrt{1 - (\beta)^2} l$$

$$L = \sqrt{1 - (\beta)^2} l \approx \left(1 - \frac{1v^2}{2c^2}\right) l$$

Resposta: $l - L = 4 \times 10^{-14} \text{ m}$

Evidência experimental direta

Múons são partículas subatômicas instáveis, que são criados constantemente na alta atmosfera (60km). Cerca de 10% deles são observados chegando ao solo, com velocidade $v = 0,99969 c$



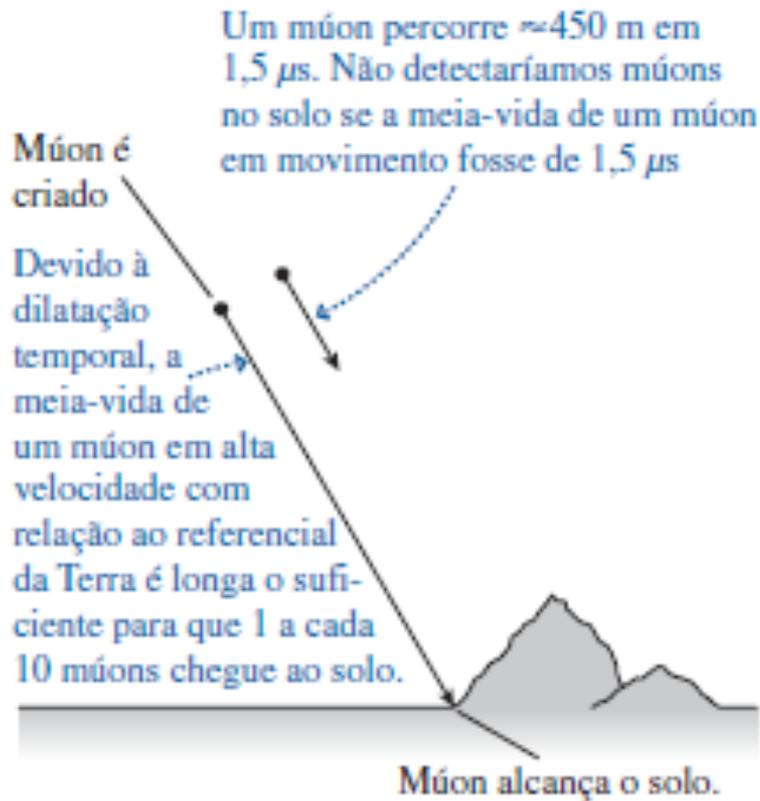
Problema: sabemos que o tempo de meia-vida de um múon é de apenas $1,5 \mu\text{s}$, correspondendo a percorrer apenas 450m. Após isso ele já tem 50% de chance de ter se desintegrado!!

A fração dos múons capazes de percorrer $60\text{km} = 133 \times 450\text{m}$ seria apenas

$$(0,5)^{133} \sim 10^{-40} \text{ !!!!!}$$

Evidência experimental direta

Múons são partículas subatômicas instáveis, que são criados constantemente na alta atmosfera (60km). Cerca de 10% deles são observados chegando ao solo, com velocidade $v = 0,99969 c$



Solução: no referencial do solo, o tempo para a queda dos múons é

$$\Delta t = L / c = 200 \mu\text{s}$$

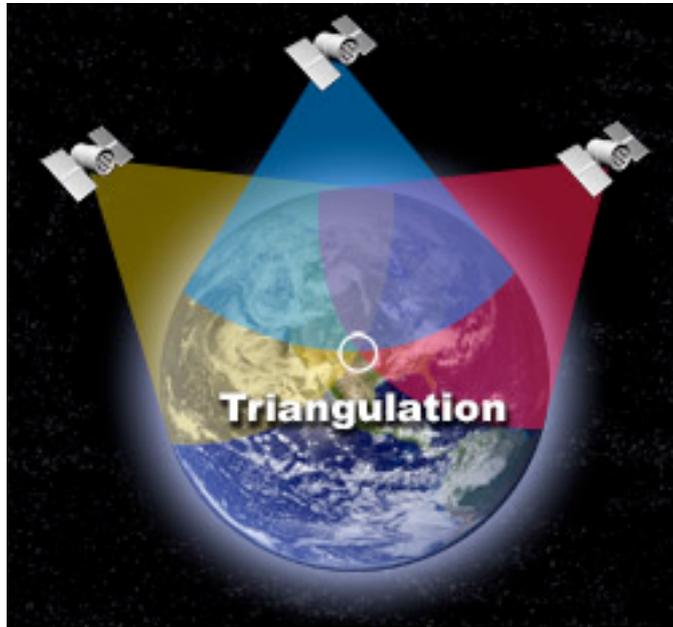
Devido à dilatação temporal, isto corresponde a **apenas $\tau = 5 \mu\text{s}$ no referencial dos múons** (pois $\gamma \sim 40$). Assim, a fração dos múons que chega deve de fato ser

$$(0,5)^{(5 / 1,5)} \sim 0.1 \text{ !!!!!}$$

Visto de outra forma, **no referencial dos múons** a distância até o chão é contraída para apenas

$$L' = L / \gamma = 1,5 \text{ km}$$

Dilatação temporal e GPS

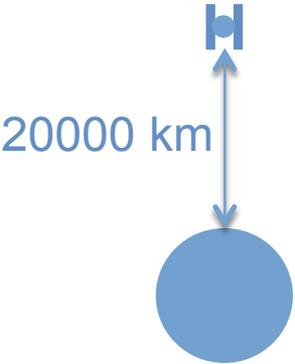
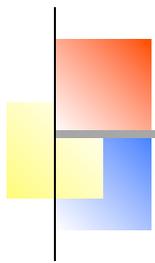


O Sistema GPS recebe sinais de satélites orbitando a cerca de 20.000km de altitude. Simplificando um pouco: o sinal tem uma assinatura temporal, a qual permite saber quanto tempo passou desde que foi enviado, portanto a distância do satélite naquele momento.

Como a órbita dos satélites é conhecida, se pelo menos 3 forem detectados pode-se então obter a posição do receptor por triangulação.

Problema: sem levar em conta os efeitos de dilatação temporal previstos pela relatividade, esses tempos e posições estarão *errados!*

Dilatação temporal e GPS



Desafio: calcule qual o erro na estimativa de distância com respeito a um satélite GPS que se acumula durante apenas 1h (medido no relógio do satélite) devido ao efeito de dilatação temporal da relatividade especial.

R: cerca de 100m!

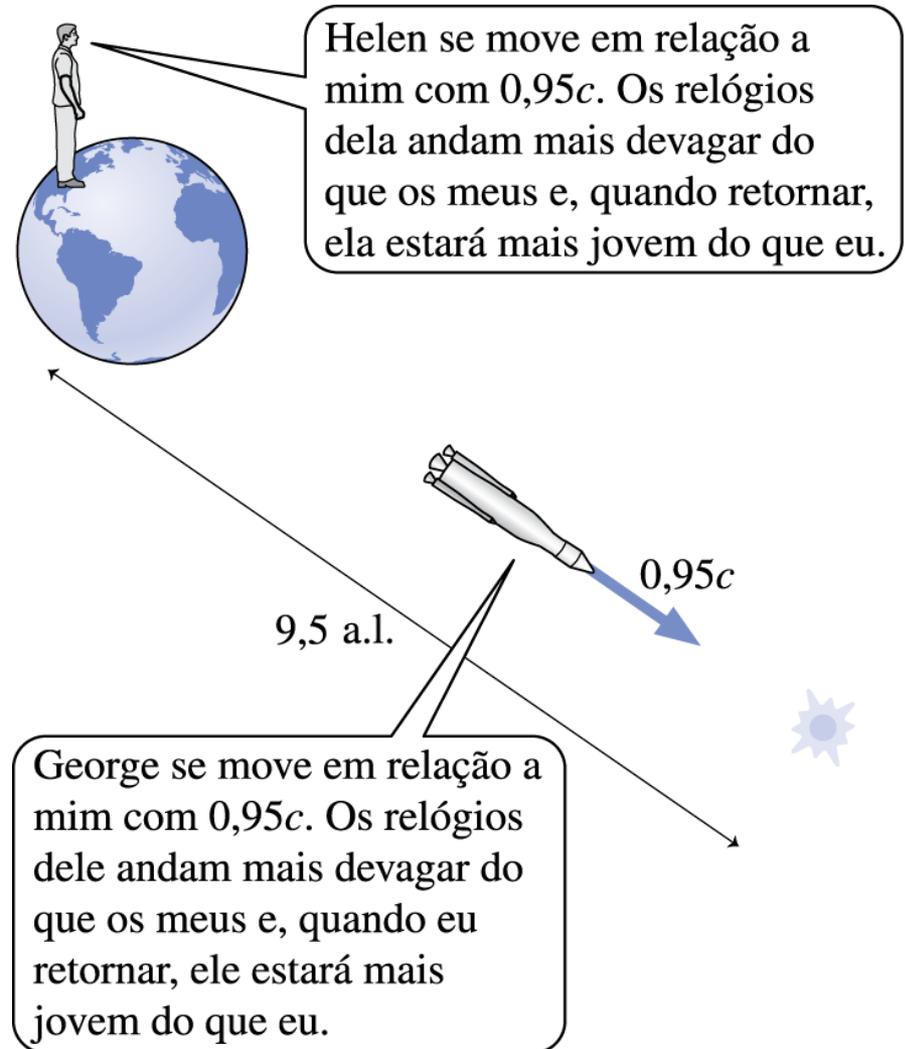
Obs: na verdade o cálculo real é mais complicado, pois o referencial do satélite *não é inercial*, já que ele percorre uma curva! Nesse caso, também é preciso levar em conta efeitos previstos pela *Teoria da Relatividade Geral*. Sem isso o sistema GPS não funcionaria!!

“Paradoxo” dos Gêmeos

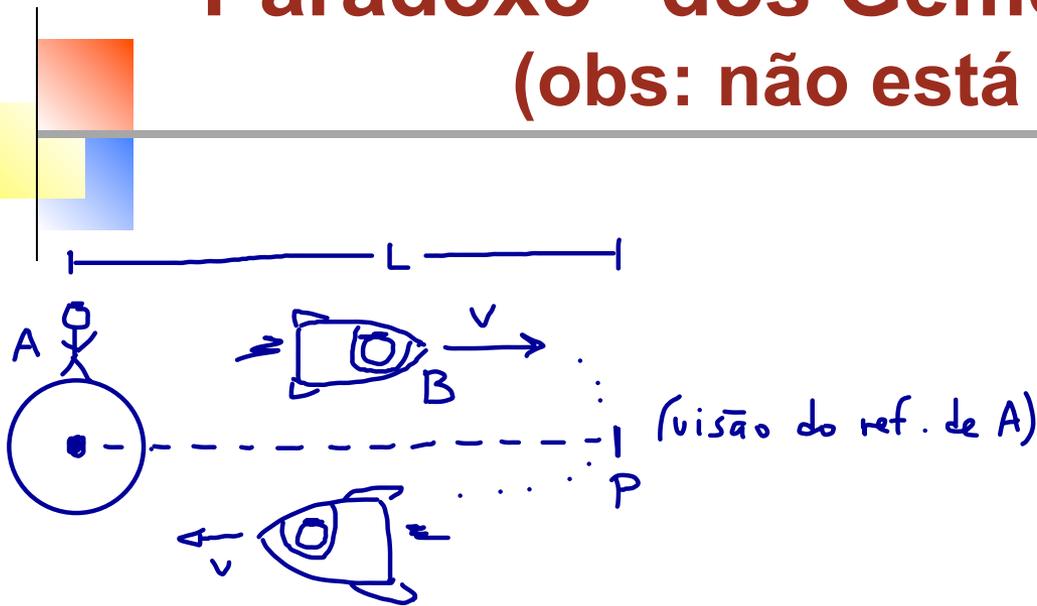
Esperem aí... Parece haver uma contradição?!

George e Helen são gêmeos: Helen parte em uma viagem até uma estrela distante. Quando ela volta à Terra, quem estará mais jovem, George ou Helen? Ou terão a mesma idade?

Na verdade não há na um paradoxo... o referencial de Helen não é sempre inercial!



“Paradoxo” dos Gêmeos - a solução (obs: não está no livro!)



Ref. de A :

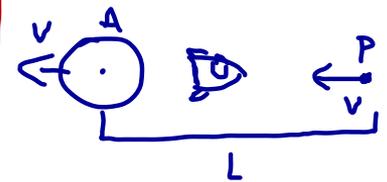
distância entre A e P : L

tempo até reencontro: $t_A = \frac{2L}{v}$

Ref. da ida de B

distância entre A e P : $L' = \underbrace{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}_{\equiv \gamma < 1} L < L !$

tempo de ida: $t_{B1} = \frac{\gamma L}{v}$

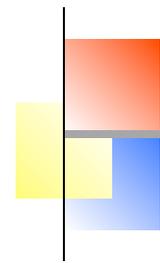


Ref. da volta de B : novamente $L' = \gamma L \rightarrow t_{B2} = \frac{\gamma L}{v}$

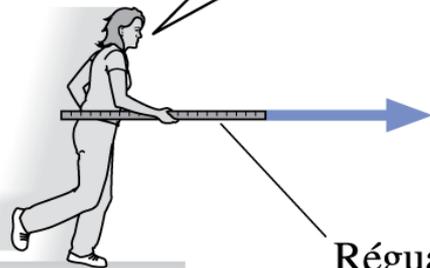
$\rightarrow t_B = \frac{2L}{\gamma v} < t_A !$

$\rightarrow B$ está mais novo que A !

Outro “Paradoxo”

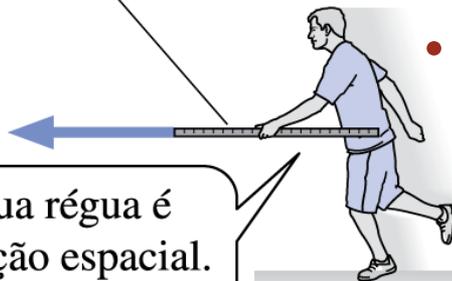


Sua régua é mais curta que a minha. Ocorreu contração espacial porque você está se movendo relativamente a mim.



Carmen

Réguas



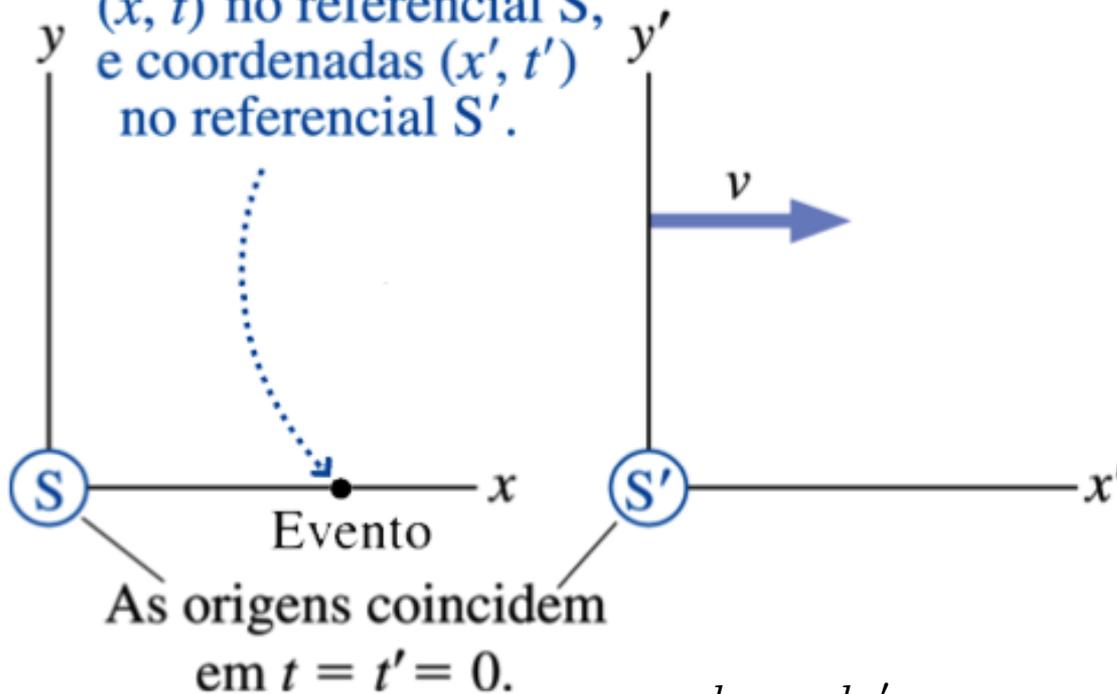
Dan

Não pode ser. A sua régua é que sofreu contração espacial. Ela é a régua mais curta.

- Para medir o comprimento de um corpo em movimento, é preciso medir *simultaneamente* a posição de cada extremidade
- Porém, eventos simultâneos para Dan *não são simultâneos* para Carmen, e vice-versa!
- Para Carmen, Ben mede *primeiro* a posição da ponta da frente da régua dela, e *depois* a de trás. Ben diz que Carmen faz o mesmo com a régua dele...

Transformações de Galileu

Um evento possui coordenadas espaço-temporais (x, t) no referencial S , e coordenadas (x', t') no referencial S' .



~~$$x = x' + vt'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$~~

~~$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = u'_x + v$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = u'_y$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = u'_z$$~~

Transformações de Lorentz

As transformações corretas têm de satisfazer quatro condições:

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades; $v \ll c$

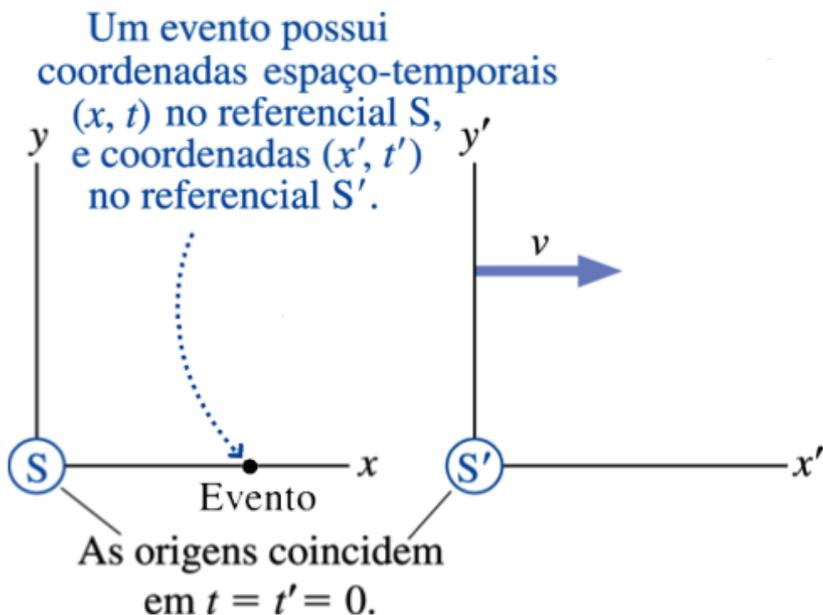
2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal.

3) Assegurar que a velocidade da luz seja sempre a mesma, c , em todos os referenciais.

4) Serem *lineares*:

$$x' = a x + b t \quad \text{e} \quad t' = A x + B t,$$

onde a , b , A e B são constantes que dependem apenas de v

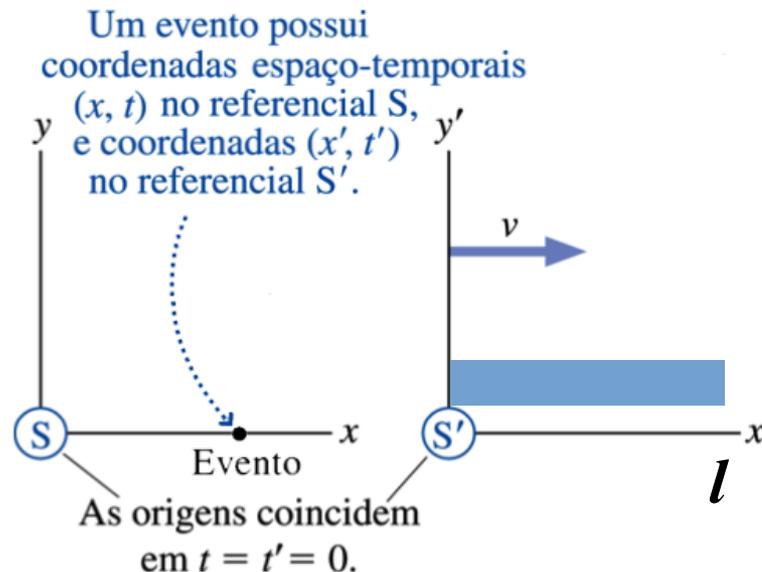


Transformações de Lorentz: dedução

- **Evento 1:** um relógio localizado na origem de S' ($x'_1 = 0$) marca t'_1
 - No ref. S , este evento tem coordenadas ($x_1 = vt_1, t_1$) para algum t_1 .
Substituindo na transformação:

$$0 = x'_1 = av t_1 + bt_1 \longrightarrow b = -av \longrightarrow \mathbf{x' = a (x - v t)}$$

Considere agora uma régua de comprimento próprio l , que está parada no referencial S' , indo de $x' = 0$ até $x' = l$



Transformações de Lorentz: dedução

- **Evento 2:** A ponta da régua passa por um relógio parado no referencial S , no mesmo instante t_1 do Evento 1. Chamando de x_2 a posição deste evento no referencial S e substituindo na transformação:

$$l = x'_2 = a (x_2 - v t_1) = a (x_2 - x_1)$$

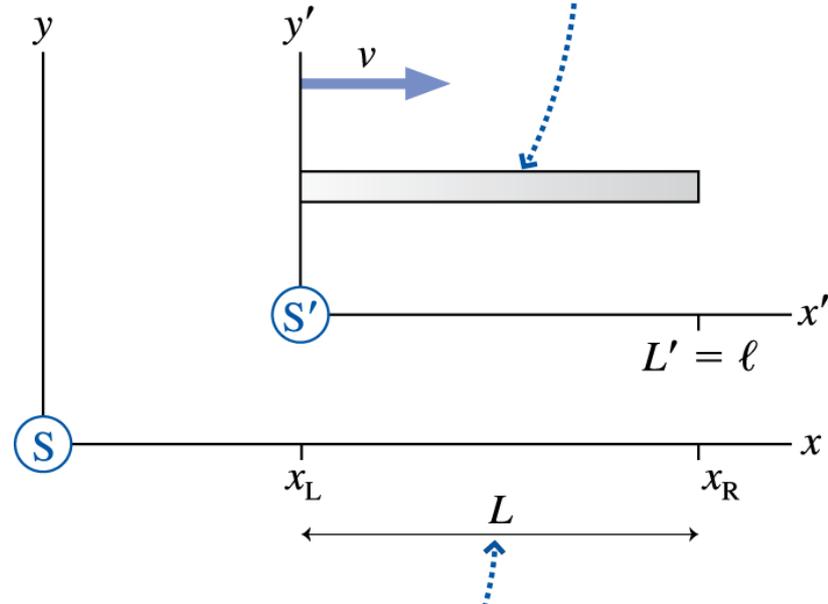
- Mas sabemos que, pela contração espacial, as distâncias entre os dois eventos nos dois referenciais satisfazem:

$$x_2' - x_1' = \gamma (x_2 - x_1)$$

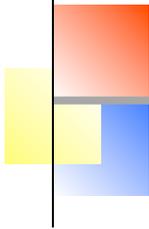
Conclusão: $a = \gamma$ \longrightarrow

$$\mathbf{x}' = \gamma (\mathbf{x} - \mathbf{v} t)$$

O objeto encontra-se em repouso no referencial S' . Seu comprimento é $L' = \ell$, que pode ser medido a qualquer instante.



Devido ao objeto estar em movimento no referencial S , a fim de que possamos encontrar seu comprimento L no referencial S devemos efetuar medições simultâneas de suas extremidades.



Transformações de Lorentz: dedução

$$\mathbf{x}' = \gamma (\mathbf{x} - \mathbf{v} t)$$

- Usando os mesmos argumentos mas com uma régua parada no referencial S , podemos concluir também que

$$\mathbf{x} = \gamma (\mathbf{x}' + \mathbf{v} t')$$

- Resolvendo para t' em função de x , t :

$$t' = \gamma (t - \mathbf{v} \mathbf{x} / c^2)$$

Transformações de Lorentz: dedução

As transformações corretas têm de satisfazer quatro condições:

$$\mathbf{x}' = \gamma (\mathbf{x} - \mathbf{v} t)$$

$$t' = \gamma (t - \mathbf{v} \cdot \mathbf{x} / c^2)$$

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades; $v \ll c$ ✓

2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal. ✓

3) Assegurar que a velocidade da luz seja sempre a mesma, c , em todos os referenciais. ✓

4) Serem *lineares*: ✓

$$\mathbf{x}' = \mathbf{a} \mathbf{x} + \mathbf{b} t \quad \text{e} \quad t' = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} t,$$

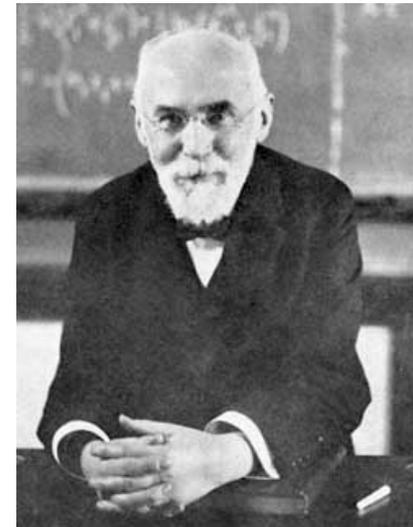
onde \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{A} e \mathbf{B} são constantes que dependem apenas de \mathbf{v}

Transformações de Lorentz

O que ocorre com as distâncias y e z , **perpendiculares** ao movimento? Contraem? Esticam? **R: nada**

De S para S'	de S' para S
$x' = \gamma (x - vt)$	$x = \gamma (x' + vt')$
$y' = y$	$y = y'$
$z' = z$	$z = z'$
$t' = \gamma (t - vx / c^2)$	$t = \gamma (t' + vx' / c^2)$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



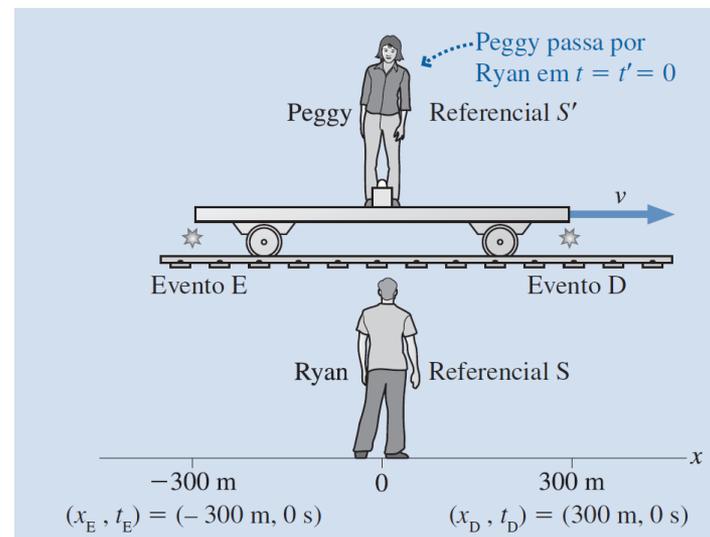
**Hendrik
Lorentz**

Transformações de Lorentz

Ex. 37.8: Peggy está parada no centro de um vagão longo e plano com uma bomba fixa em cada extremidade do mesmo. O vagão passa por Ryan, que está parado no solo, com uma velocidade $v = 0,8c$. Ele vê os flashes provenientes da explosão da bomba simultaneamente $1,0 \mu\text{s}$ após Peggy ter passado por ele. Mais tarde, Ryan vê marcas queimadas no trilho a 300 m de ambos os lados do local onde ele estava parado.

a) De acordo com Ryan, qual é a distância entre os locais das duas explosões? Quando elas ocorrem em relação ao instante em que Peggy passa por ele?

b) De acordo com Peggy, qual é a distância entre os locais das duas explosões? Quando elas ocorrem em relação ao instante em que Ryan passa por ela?



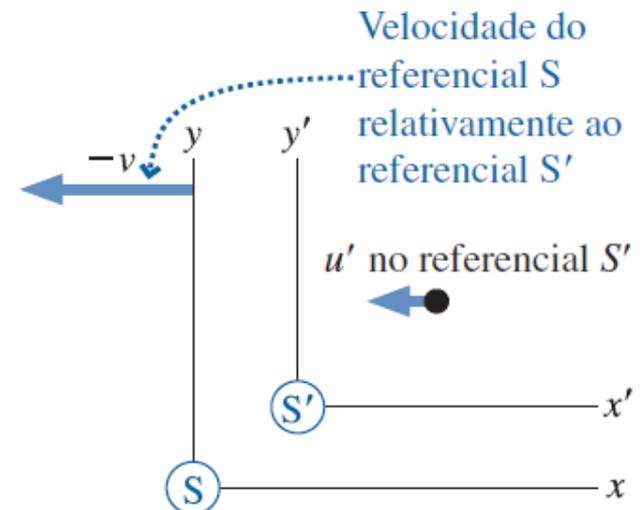
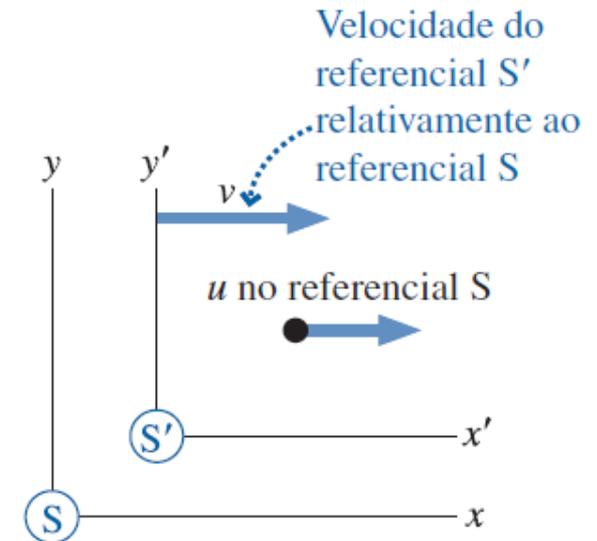
Transformação de Lorentz p/ velocidades

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d(\gamma(x' + vt'))}{d(\gamma(t' + vx'/c^2))}$$

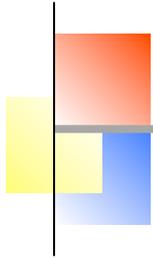
$$= \frac{dx' + vdt'}{dt' + vdx'/c^2}$$

$$= \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

Reciprocamente: $u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$



Transformação de Lorentz p/ velocidades

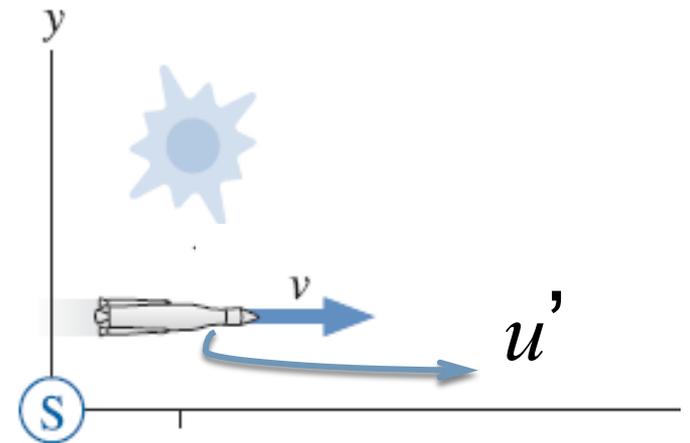


$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

Teste: se $u' = v = c$: $u = c$ ✓

37.10 - Um foguete passa pela Terra com uma velocidade $0,9c$. Ao passar pela Terra, ele lança um projétil para frente com velocidade $0,95c$ em relação ao foguete. Qual é a velocidade do projétil em relação a Terra?

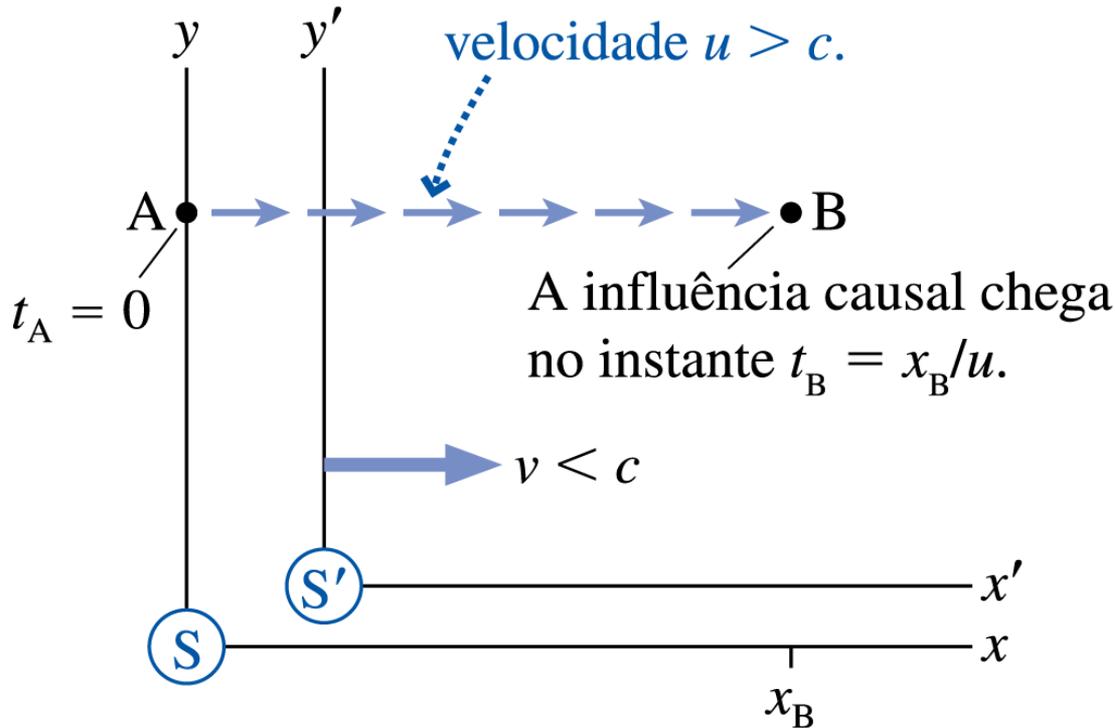
Resposta: $u = 0,997c$



Desafio: prove que se $u' \leq c$ e $v \leq c$ então $u \leq c$

Pode algo andar mais rápido que a luz?

Admite-se que uma influência causal vá de A até B com velocidade $u > c$.



Visto do ref. S' :

$$t'_A = \gamma \left(t_A - \frac{v}{c^2} x_A \right) = 0$$

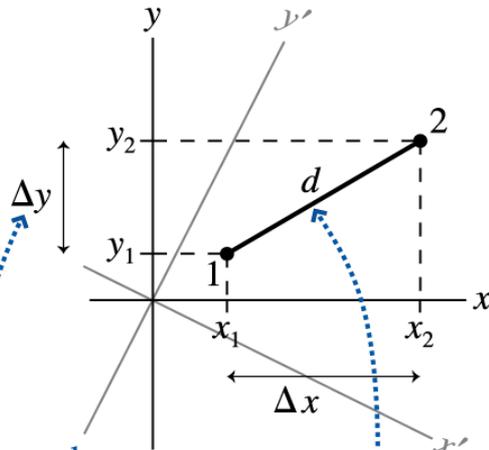
$$t'_B = \gamma \left(t_B - \frac{v}{c^2} x_B \right) \\ = \gamma t_B \left(1 - \frac{vu}{c^2} \right)$$

Se $v > (c / u).c$: $t'_B < 0!!$

Se algo pudesse andar mais rápido que a luz, alguns observadores veriam **efeitos acontecerem antes das suas causas**, como num filme rodando ao contrário – absurdo!

O Intervalo entre 2 eventos

Medições feitas no sistema xy

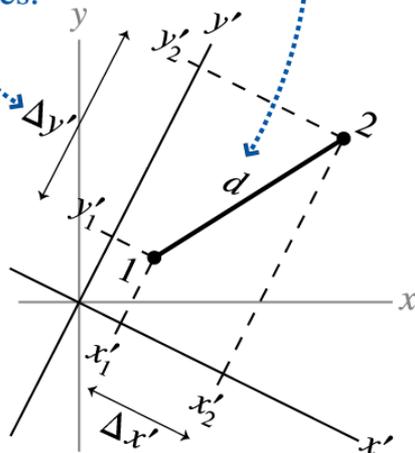


Os valores das coordenadas e dos intervalos são diferentes.

A distância d é a mesma.

Na geometria usual, a **distância espacial** entre 2 pontos não depende da escolha da orientação dos eixos x e y

$$\begin{aligned}d^2 &= (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 \\ &= (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2\end{aligned}$$



Medições feitas no sistema $x'y'$

O Intervalo entre 2 eventos

Em relatividade: o *intervalo espaço-temporal* entre dois eventos:

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

é independente do referencial inercial usado para medir x e t

$$c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 =$$

2 eventos

$$E1: (x_1, t_1) \text{ ou } (x'_1, t'_1) \quad = \gamma^2 [c^2(\Delta t' + v\Delta x'/c^2)^2 - (\Delta x' + v\Delta t')^2]$$

$$E2: (x_2, t_2) \text{ ou } (x'_2, t'_2) \quad = \cancel{\gamma^2} [c^2(\Delta t')^2(1 - \cancel{v^2/c^2}) + (\Delta x')^2(\cancel{v^2/c^2} - 1) \\ + \cancel{2v\Delta x'\Delta t'} - \cancel{2v\Delta x'\Delta t'}]$$

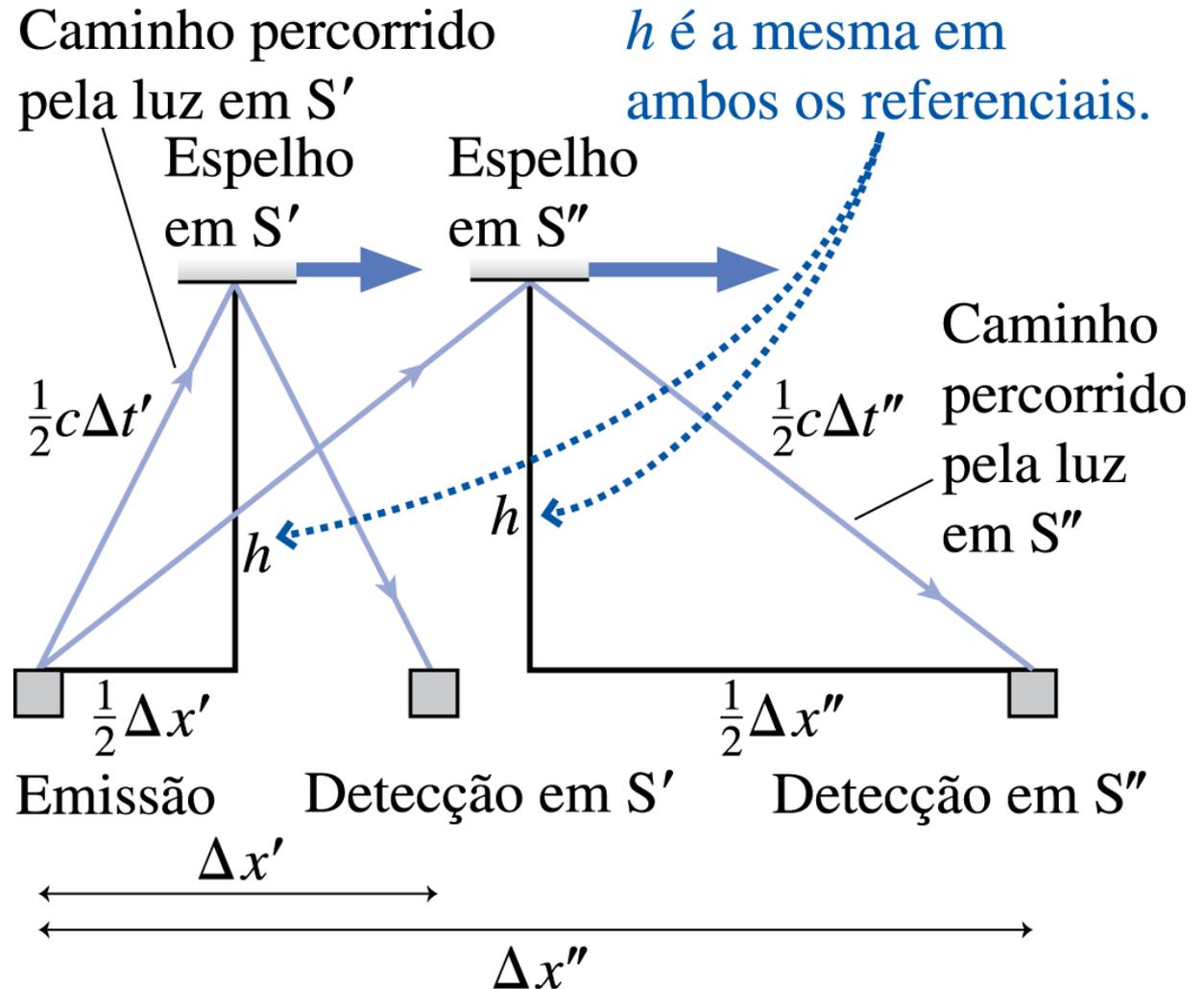
$$\Delta x = (x_2 - x_1); \quad \Delta t = (t_2 - t_1)$$

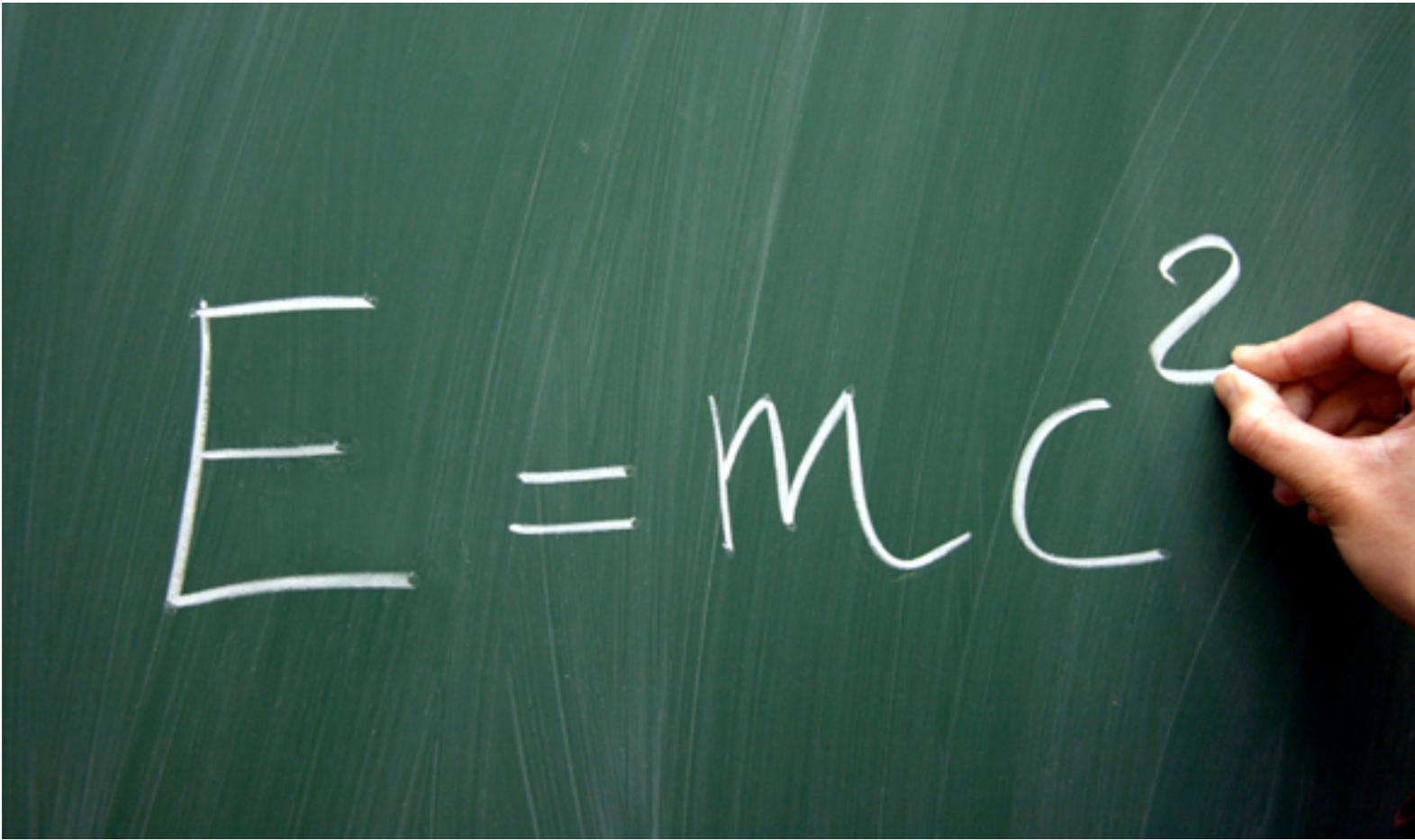
$$= c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

O intervalo s não é relativo!!

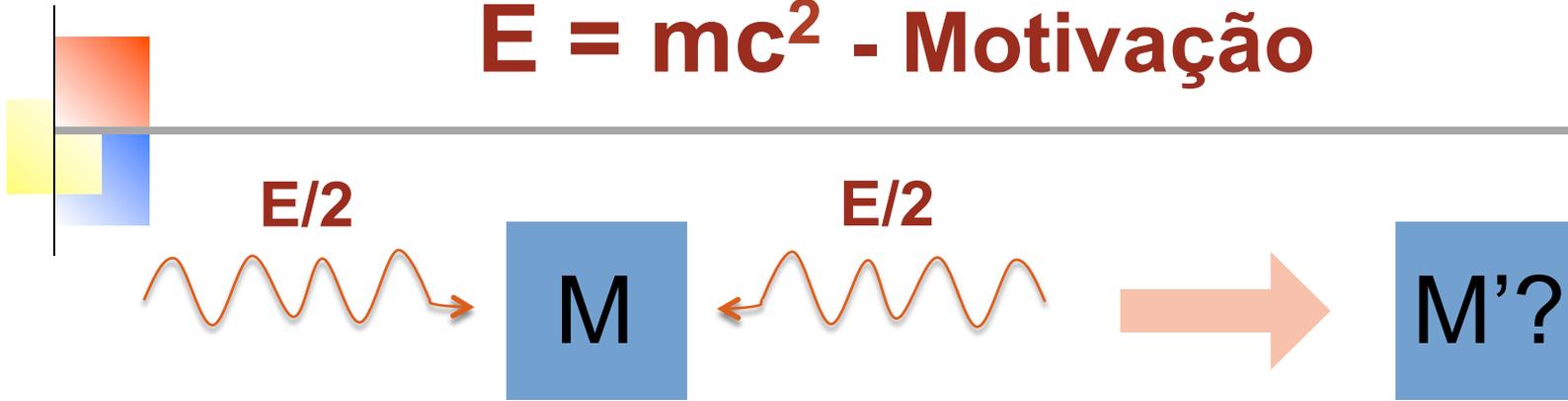
Interpretação Geométrica do Intervalo entre 2 eventos

E1: Luz é emitida
E2: Luz é detectada

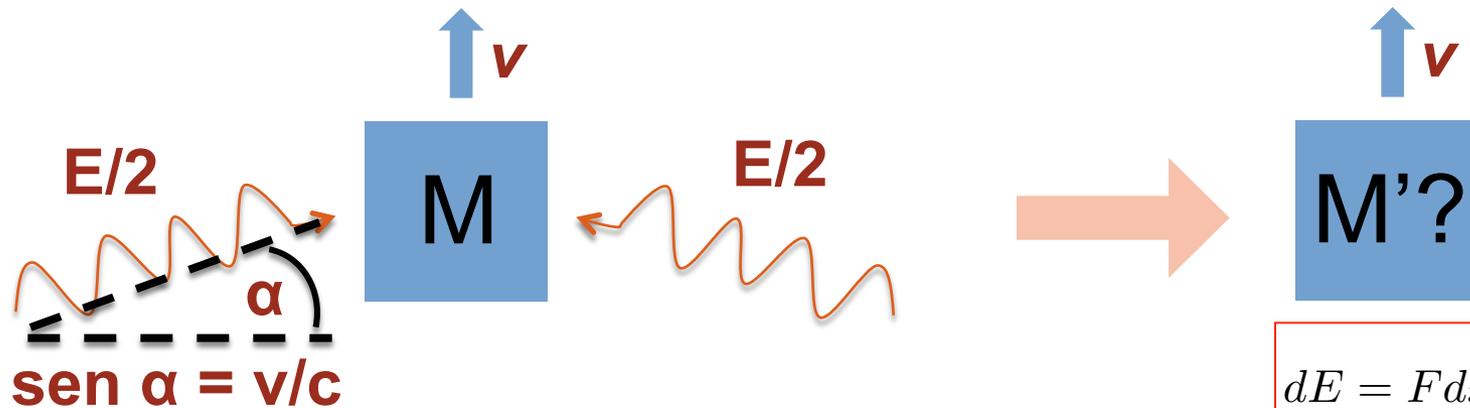


A hand is shown writing the equation $E = mc^2$ on a dark green chalkboard. The equation is written in white chalk. The letter 'E' is on the left, followed by an equals sign, then the letter 'm', then the letter 'c', and finally a superscript '2'. The hand is positioned on the right side of the board, with fingers touching the '2'.

$E = mc^2$ - Motivação



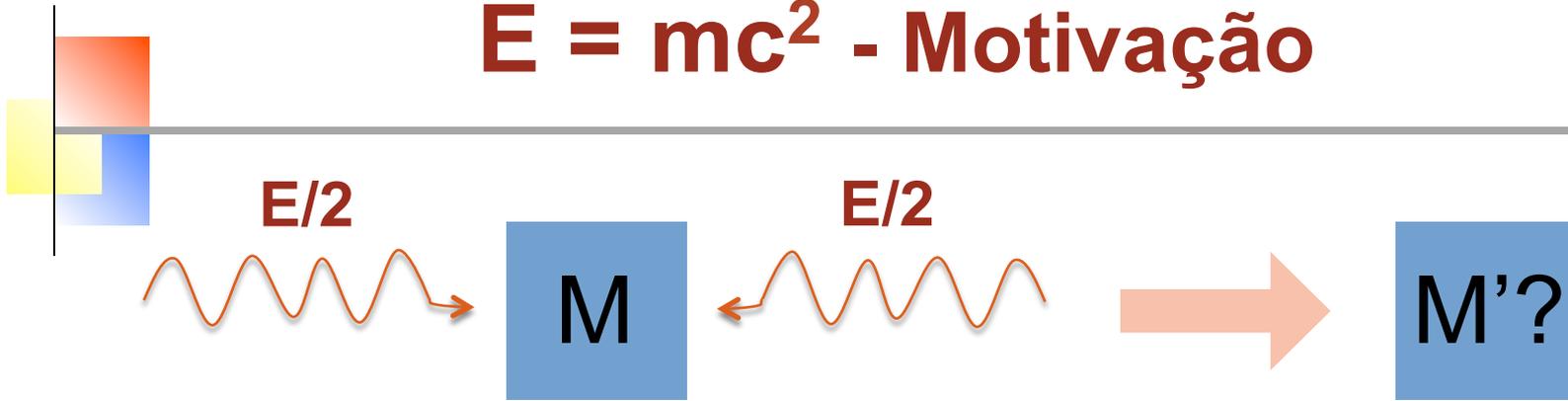
Em um referencial se movendo para baixo com velocidade $v \ll c$



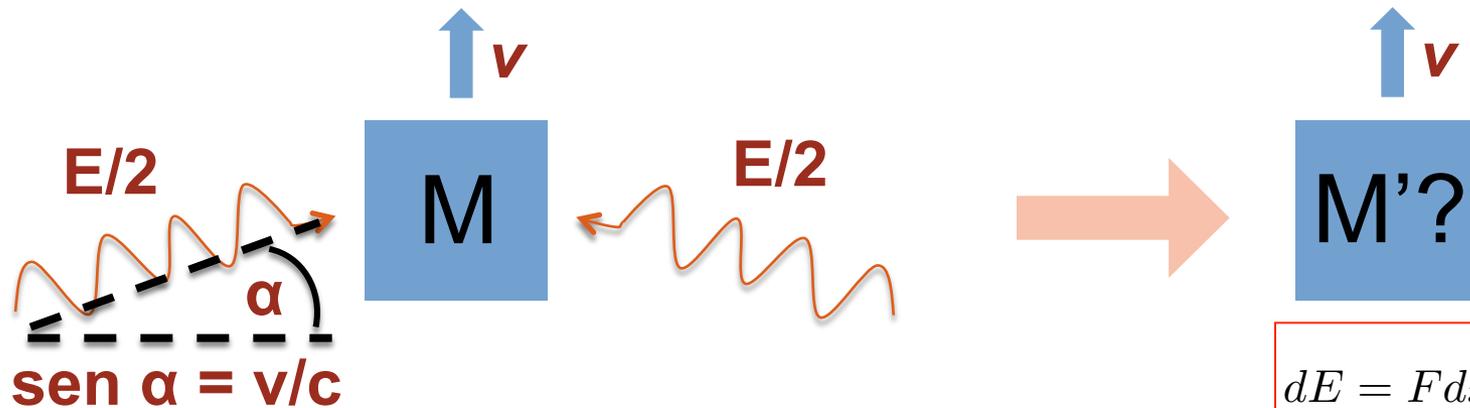
Cons. momento na dir. y : $M'v = Mv + 2$ (mom. y da luz)!

$$\begin{aligned}
 dE &= F dx = \frac{dp}{dt} dx \\
 &= \frac{dx}{dt} dp \\
 &= u dp
 \end{aligned}$$

$E = mc^2$ - Motivação



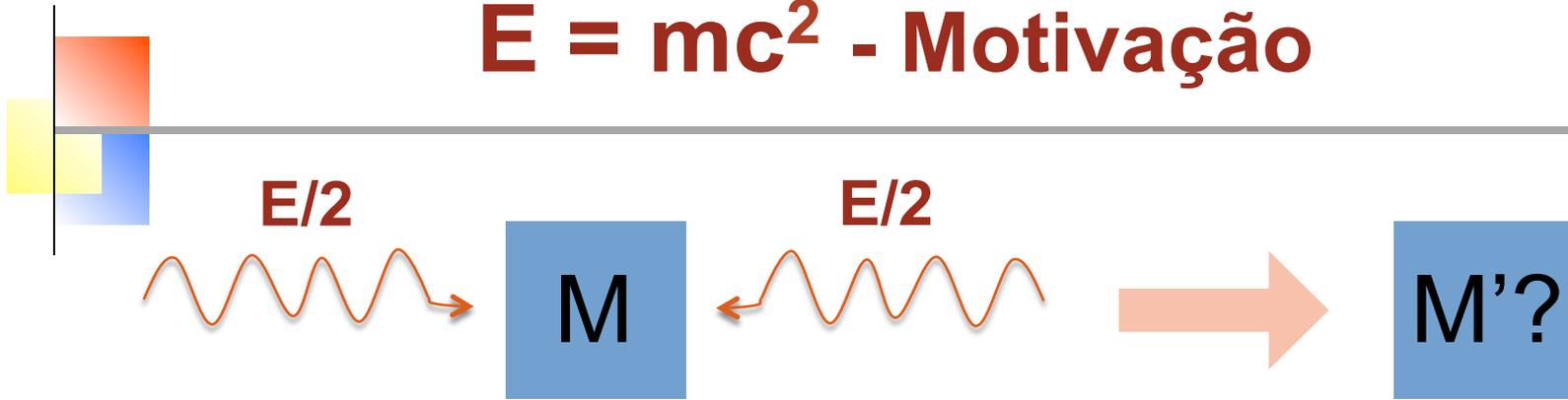
Em um referencial se movendo para baixo com velocidade $v \ll c$



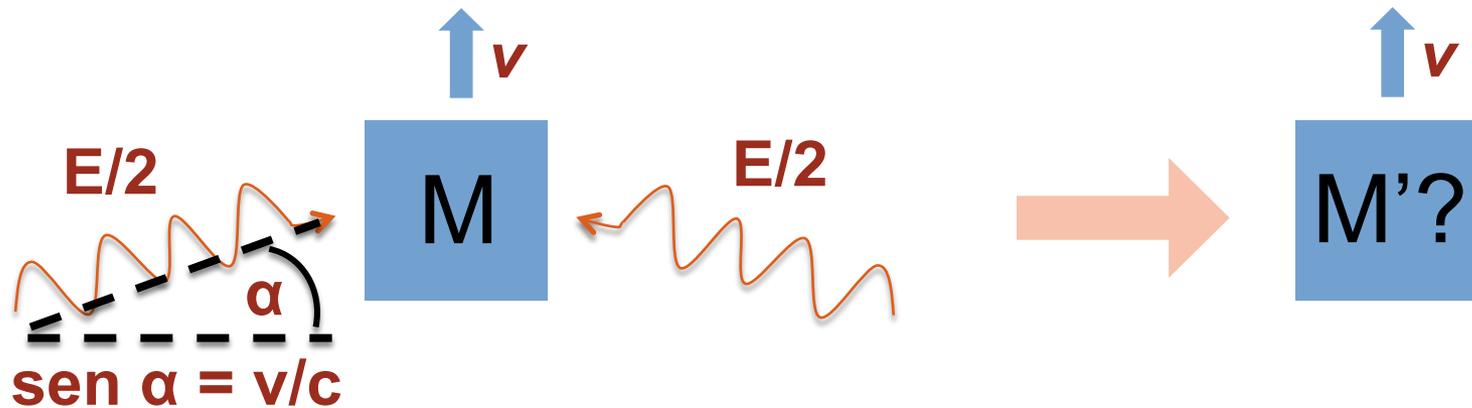
Cons. momento na dir. y : $M'v = Mv + 2 \left((E/2c) \text{sen } \alpha \right)$

$$\begin{aligned}
 dE &= F dx = \frac{dp}{dt} dx \\
 &= \frac{dx}{dt} dp \\
 &= u dp
 \end{aligned}$$

$E = mc^2$ - Motivação



Em um referencial se movendo para baixo com velocidade $v \ll c$



Cons. momento na dir. y : $M'v = Mv + E v / c^2$

$$E = (M' - M)c^2 !$$

Explorando $E_0 = mc^2$

Fissão Nuclear do ^{235}U (^{238}U 99.2% e ^{235}U 0.7 %)



1 u = 1/12 (Massa do ^{12}C) = $1,66 \times 10^{-27}$ Kg.

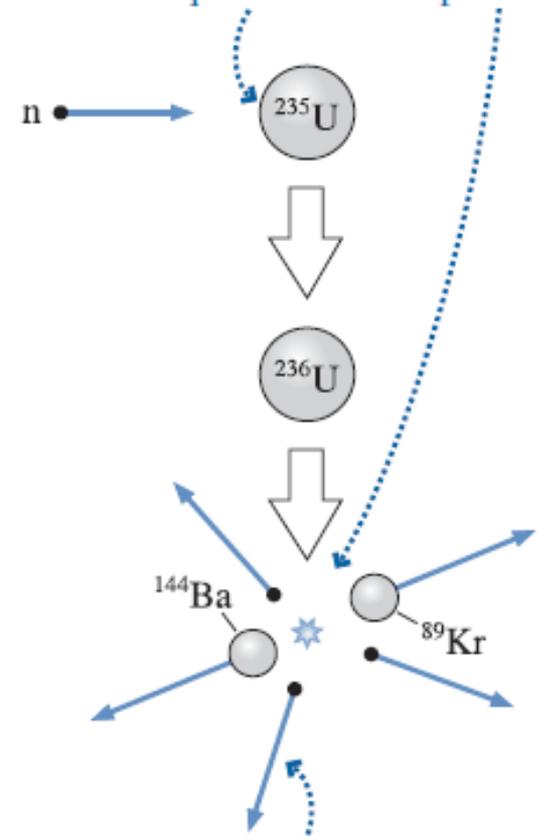
A massa dos produtos somada é 0,185u menor do que a massa dos reagentes.

$$M_{\text{antes}} - M_{\text{depois}} = 0,185 \text{ u} = 3.07 \times 10^{-28} \text{ Kg.}$$

$$E_0 = mc^2 = 2.8 \times 10^{-11} \text{ J para um átomo}$$

$$N = 6.02 \times 10^{23} \text{ átomos}$$

A massa dos reagentes é 0,185 u maior do que a massa dos produtos.



A massa de 0,185 u foi convertida em energia.

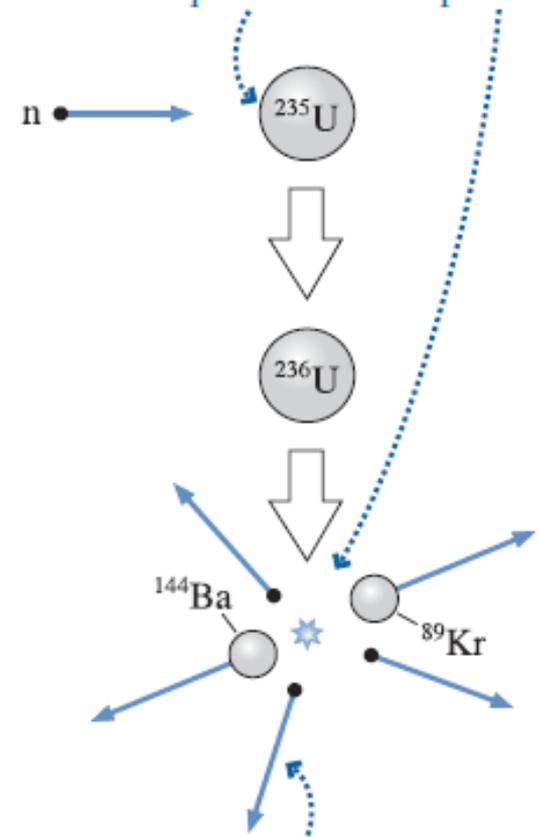
Explorando $E_0 = mc^2$

Fissão Nuclear do ^{235}U (^{238}U 99.2% e ^{235}U 0.7 %)

Exercício: Uma usina nuclear gera energia térmica (calor) com uma potência de 3 GW. 1 GW dessa energia é convertida em energia elétrica (eficiência 33 %). Quantos átomos de U são fissionados no ano?

$$E_0 = mc^2 = 2.8 \times 10^{-11} \text{ J para um átomo}$$
$$N = 6.02 \times 10^{23} \text{ átomos}$$

A massa dos reagentes é 0,185 u maior do que a massa dos produtos.



A massa de 0,185 u foi convertida em energia.

Energia e Momento linear Newtonianos

Relembrando: Na mecânica de Newton existem
Leis de conservação:

Conservação do Momento Linear: num sistema isolado de forças externas,

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$$

onde o vetor $\mathbf{P} = \sum_j m_j \mathbf{u}_j$ é o **momento linear total** das partículas do sistema

Conservação da Energia: num sistema submetido a forças conservativas

$$E_i = E_f$$

onde $E = \sum_j \frac{1}{2} m_j u_j^2 + V(x_1, \dots, x_n, t)$ é a **energia total** das partículas do sistema
energia cinética energia potencial



Energia e Momento linear Newtonianos

Essas leis são
invariantes por transformações de Galileu:

Se $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$ vale em um referencial inercial S , então em um referencial S' se movendo com velocidade \mathbf{v} :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}'_i &= \sum_j m_j \mathbf{u}_j^{i'} = \sum_j m_j (\mathbf{u}_j^i - \mathbf{v}) = \sum_j m_j \mathbf{u}_j^i - (\sum_j m_j) \mathbf{v} \\ &= \mathbf{P}_i - M\mathbf{v} = \mathbf{P}_f - M\mathbf{v} = \mathbf{P}'_f\end{aligned}$$

Da mesma forma, se $E_i = E_f$ e $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$ valem em S , então em S'

$$\begin{aligned}E'_i &= \sum_j \frac{1}{2} m_j (u_j^{i'})^2 + V(x'_1 + vt, \dots, x'_n + vt) = \sum_j \frac{1}{2} m_j (\mathbf{u}_j^i - \mathbf{v})^2 + V(x_1, \dots, x_n) \\ &= \sum_j \frac{1}{2} m_j (u_j^i)^2 + (\sum_j m_j \mathbf{u}_j^i) \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{2} Mv^2 + V(x_1, \dots, x_n) \\ &= E_i + \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{V} + \frac{1}{2} Mv^2 = E_f + \mathbf{P}_f \cdot \mathbf{V} + \frac{1}{2} Mv^2 = E'_f\end{aligned}$$

Energia e Momento lineares Newtonianos

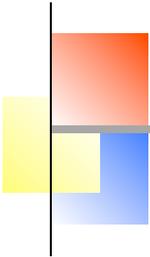
Porém a conservação do momento e energia Newtonianos
não é invariante por transformações de Lorentz:

Ex: Se $\sum_j m_j \mathbf{u}_j^i = \sum_j m_j \mathbf{u}_j^f$ vale em um referencial inercial S, então em um referencial S' se movendo com velocidade ***relativística*** \mathbf{v} :

$$\sum_j m_j \mathbf{u}_j^{i'} = \sum_j m_j \left(\frac{u_j^i - v}{1 - u_j^i v / c^2} \right) \neq \sum_j m_j \mathbf{u}_j^{f'}$$

??? P: Será que momento e energia não se conservam mais, dependendo do referencial ???

R: SIM, se conservam, mas não terão a mesma forma Newtoniana



Energia e Momento linear relativísticos

Adivinhando a forma relativística para o **Momento** de uma partícula

$$P_{Newtoniano} = mu = m \frac{dx}{dt}$$

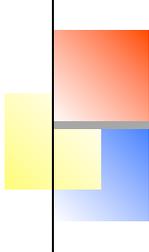
Um 'chute' razoável é tentar medir o momento com respeito ao **tempo próprio τ da partícula**

$$P_{Relativistico} = m \frac{dx}{d\tau} = m \frac{dx}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{mu}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma_p P_{Newtoniano}$$

$$\text{onde } \gamma_p = \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Obs 1: $\gamma_p \neq \gamma$! (u é a velocidade da partícula, não do referencial S')

Obs 2: quando $u \ll c$, $P_{Relativistico} \longrightarrow P_{Newtoniano}$



Exemplo: Momento linear relativístico

37.11 – Em um acelerador de partículas, elétrons atingem uma velocidade de $0,999c$ relativamente ao laboratório. A colisão de um elétron com um alvo produz um múon que se move para a frente com uma velocidade igual a $0,95c$ em relação ao laboratório. A massa do múon vale $1,90 \times 10^{-28}$ kg.

a) Qual é o momento do múon em relação ao referencial do laboratório?

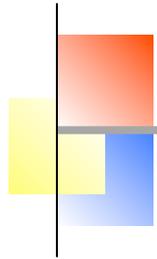
b) E em relação ao referencial do feixe de elétrons?

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$

R:a): $\gamma_p = 3,20$, $p = 1,73 \times 10^{-19}$ kg m/s

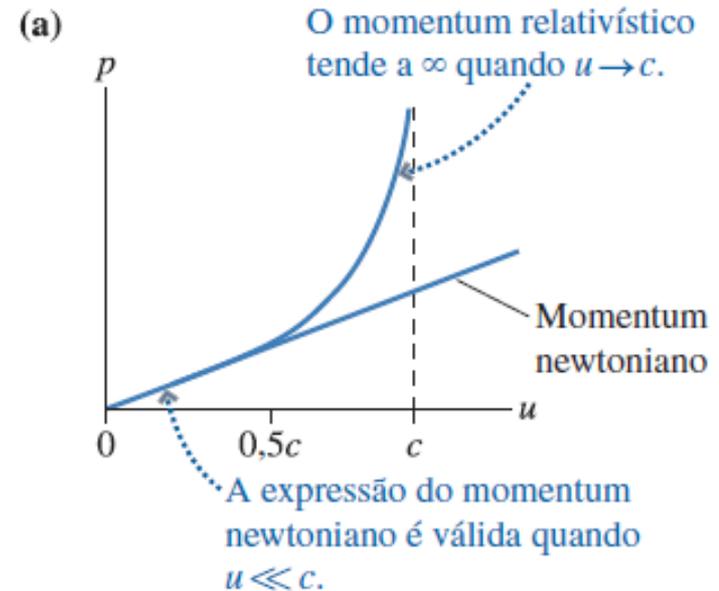
b): $\gamma'_p = 3,66$, $p = -2,01 \times 10^{-19}$ kg m/s

Novamente, por que não se pode andar mais rápido que a luz



$$P_{\text{Newtoniano}} = mu = m \frac{dx}{dt}$$

$$P_{\text{Relativístico}} = \frac{mu}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$



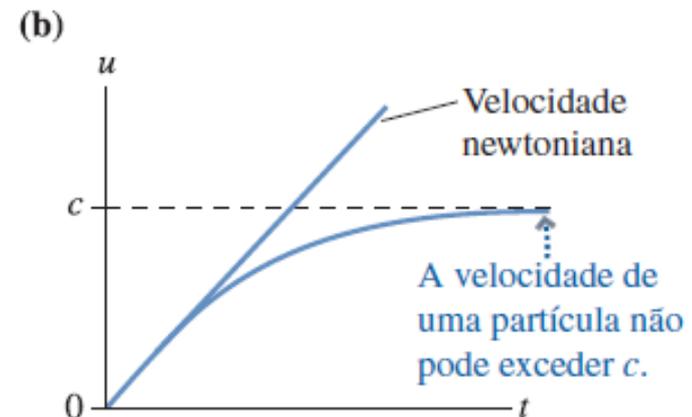
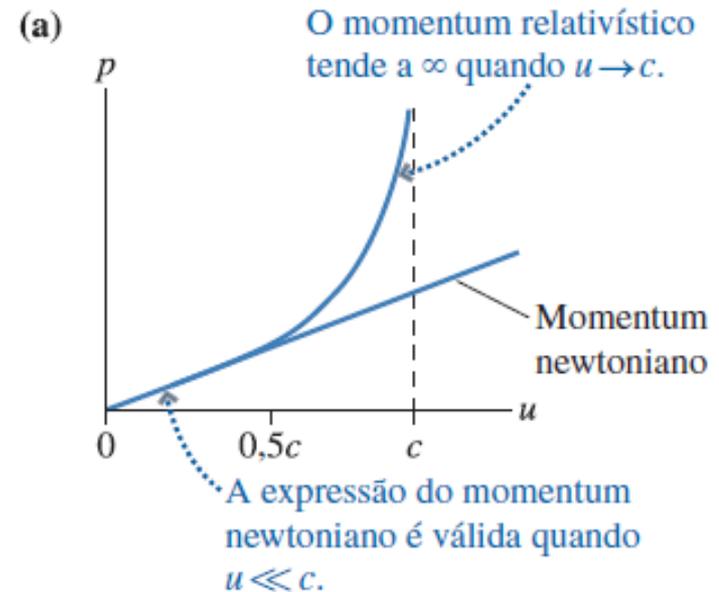
Novamente, por que não se pode andar mais rápido que a luz

$$P_{Newtoniano} = mu = m \frac{dx}{dt}$$

$$P_{Relativistico} = \frac{mu}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$

Força constante ($F = dp/dt = \text{cte}$) não produz aceleração constante !!

$$F \neq ma !$$



Energia e Momento linear relativísticos

Forma relativística para a **Energia** de uma partícula livre

$$E_{Newtoniano} = \frac{1}{2}mu^2$$

$$E_{Relativistico} = \gamma_p mc^2$$

Justificativa 1: para $u \ll c$, expandindo γ_p obtemos

$$E_{Relativistico} \simeq mc^2 \left(1 + \frac{u^2}{2c^2} \right) = mc^2 + E_{Newtoniano}$$

Energia de repouso $\equiv E_0$
(existe mesmo qdo $u = 0$)

Energia e Momento linear relativísticos

Forma relativística para a **Energia** de uma partícula livre

$$E_{Newtoniano} = \frac{1}{2}mu^2$$

$$E_{Relativistico} = \gamma_p mc^2$$

Justificativa 2: considere 1 partícula se movendo de (x, t) para $(x + dx, t + dt)$ em um ref. S . Vamos transformar as expressões P_{relat} e E_{relat} acima para um ref. S' :

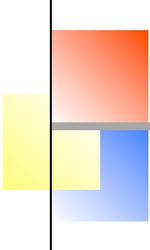
$$\frac{mc}{d\tau} dx' = \frac{mc}{d\tau} \gamma (dx - v dt)$$

$$\frac{mc^2}{d\tau} dt' = \frac{mc^2}{d\tau} \gamma (dt - v dx/c^2)$$

$$P'_{relat} = \gamma (P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma (E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz para momento e energia Relativísticos



Energia e Momento linear relativísticos

Forma relativística para a **Energia** de uma partícula livre

$$E_{Newtoniano} = \frac{1}{2}mu^2$$

$$E_{Relativistico} = \gamma_p mc^2$$

Justificativa 2: considere 1 partícula se movendo de (x, t) para $(x + dx, t + dt)$ em um ref. S . Vamos transformar as expressões P_{relat} e E_{relat} acima para um ref. S' :

Para um sistema de n partículas, essas transformações continuam valendo para cada partícula, e também para o momento e energia **totais** do sistema

$$P'_{relat} = \gamma (P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma (E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz
para momento e energia

Energia e Momento linear relativísticos

Conclusão: se, num dado referencial S observarmos que um sistema satisfaz

$$P^i_{relat} = P^f_{relat} \quad \text{e} \quad E^i_{relat} = E^f_{relat}$$

então um observador no ref. S' também observará que

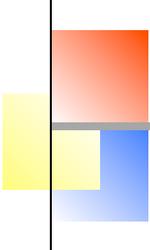
$$P'^i_{relat} = P'^f_{relat} \quad \text{e} \quad E'^i_{relat} = E'^f_{relat}$$

Para um sistema de n partículas, essas transformações continuam valendo para cada partícula, e também para o momento e energia **totais** do sistema

$$P'_{relat} = \gamma (P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma (E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz
para momento e energia



Energia e Momento linear relativísticos

Conclusão: se, num dado referencial S observarmos que um sistema satisfaz

$$P^i_{relat} = P^f_{relat} \quad \text{e} \quad E^i_{relat} = E^f_{relat}$$

então um observador no ref. S' também observará que

$$P'^i_{relat} = P'^f_{relat} \quad \text{e} \quad E'^i_{relat} = E'^f_{relat}$$

Com essas definições de P e E , a conservação de momento e energia torna-se uma propriedade física que **independe da escolha do referencial inercial**, obedecendo assim ao Princípio da Relatividade

Energia e Momento linear relativísticos

Relação ligando momento e energia para 1 partícula

$$P_{Relat} = \gamma_p m u \qquad E_{Relat} = \gamma_p m c^2$$

Invariante em qq
ref. inercial

Em particular, no ref.
que acompanha a
partícula: $s = c d\tau$

$$\frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} s^2 = \frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} c^2 (dt)^2 - \frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} (dx)^2$$

$$m^2 c^4 = E_{relat}^2 - P_{relat}^2 c^2$$

Energia e Momento linear relativísticos

Relação ligando momento e energia para 1 partícula

$$P_{Relat} = \gamma_p m u \qquad E_{Relat} = \gamma_p m c^2$$

Invariante em qq
ref. inercial

Em particular, no ref.
que acompanha a
partícula: $s = c d\tau$

$$\frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} s^2 = \frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} c^2 (dt)^2 - \frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} (dx)^2$$

$$E_{relat} = \sqrt{m^2 c^4 + P_{relat}^2 c^2}$$

Vale em qualquer referencial inercial

Energia e Momento linear relativísticos

Relação ligando momento e energia para 1 partícula

$$P_{Relat} = \gamma_p m u \qquad E_{Relat} = \gamma_p m c^2$$

Invariante em qq
ref. inercial

Em particular, no ref.
que acompanha a
partícula: $s = c d\tau$

$$\frac{m^2 c^2}{(d\tau)^2} s^2 = \frac{m^2 c^2}{(dt)^2} c^2 (dt)^2 - \frac{m^2 c^2}{(dt)^2} (dx)^2$$

$$E_{relat} = \sqrt{m^2 c^4 + P_{relat}^2 c^2}$$

Vale em qualquer referencial inercial

Ex: para u pequeno ($P_{relat} \sim P_{Newton}$): $E_{relat} \sim mc^2(1+u^2/c^2)^{1/2} \sim mc^2(1+u^2/2c^2)$

Energia e Momento linear relativísticos

e energia

Prova da invariância da conservação do momentum relativísticos

Partículas com vel. u_j no ref S

no ref. S $p = \sum_j \frac{m_j u_j}{\sqrt{1 - u_j^2/c^2}} \equiv \sum_j \gamma_j m_j u_j$ onde m_j é a massa de repouso da partícula j .
e $\gamma_j = \frac{1}{\sqrt{1 - u_j^2/c^2}}$

no ref. S' , a vel. é' $u'_j = \frac{u_j - v}{1 - \frac{u_j v}{c^2}}$

$$\text{então } p' = \sum_j \frac{m_j u'_j}{\sqrt{1 - \frac{u_j'^2}{c^2}}} = c^2 \sum_j \frac{m_j [u_j - v]}{c^2 - u_j v} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_j'^2}{c^2}}}$$

Energia e Momento linear relativísticos

$$\text{então } p' = \sum_j \frac{m_j u_j'}{\sqrt{1 - \frac{u_j'^2}{c^2}}} = c^2 \sum_j \frac{m_j [u_j - v]}{c^2 - u_j v} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_j'^2}{c^2}}}$$

como:

$$\gamma_j' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_j'^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(u_j - v)^2}{c^2}}} = \frac{c^2 - u_j v}{\sqrt{(c^2 - u_j v)^2 - c^2 (u_j - v)^2}} = \frac{c^2 - u_j v}{\sqrt{(c^2 - u_j^2)(c^2 - v^2)}}$$

$$\text{então: } p' = c^2 \sum_j \frac{m_j [u_j - v]}{c^2 - u_j v} \cdot \frac{c^2 - u_j v}{\sqrt{(c^2 - u_j^2)(c^2 - v^2)}} = \gamma \sum_j \gamma_j m_j [u_j - v]$$

$$p' = \gamma \left(p - \left(\sum_j \gamma_j m_j \right) v \right) = \gamma \left(p - \frac{E v}{c^2} \right)$$

Da mesma forma:

$$E' = \sum_j \gamma_j' m_j c^2 = \gamma \sum_j \gamma_j m_j (c^2 - u_j v) = \gamma [E - p v]$$

Energia e Momento linear relativísticos

∴ Se, após evolução temporal, o sistema de partículas satisfizer $\begin{cases} p_i = p_f \\ E_i = E_f \end{cases}$ no ref. S , então no ref. S' temos

$$p'_i = \gamma \left[p_i - \frac{E_i v}{c^2} \right] = \gamma \left[p_f - \frac{E_f v}{c^2} \right] = p'_f !$$

$$\text{e } E'_i = \gamma [E_i - p_i v] = \gamma [E_f - p_f v] = E'_f !$$

Com essa redefinição de p e E , a conservação de momento e energia é invariante pelas Trans. de Lorentz!